Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

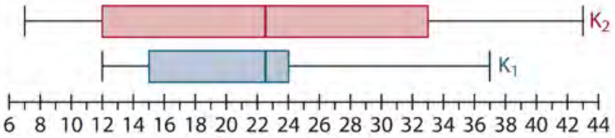
Kompetenzcheck Beschreibende Statistik

1 Am Achensee (Tirol) haben Surfer einen Tag lang stündlich die Windgeschwindigkeit in Knoten gemessen und folgende Werte ermittelt:

5, 4, 10, 8, 10, 6, 12, 13, 16, 15, 14, 17, 14, 14, 13, 12, 11, 9, 12, 10, 11, 8, 6, 2

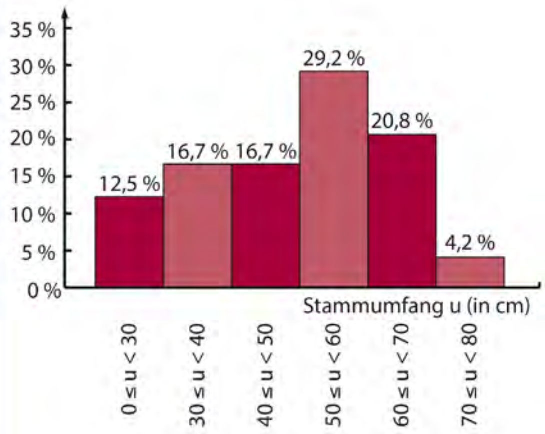
Ermittle das 1., 2. und 3. Quartil und erstelle ein Kastenschaubild für die gemessenen Windgeschwindigkeiten.

2 Die folgenden beiden Boxplots veranschaulichen die Ausgaben der Schüler/innen der Klasse K_1 und Klasse K_2 bei der letzten Sportwoche.
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.



☐	Der maximal ausgegebene Betrag ist in Klasse K_2 um 6 € größer als in Klasse K_1.
☐	In beiden Klassen haben 50 % der Schüler/innen bis zu 22,50 € ausgegeben.
☐	Der Quartilsabstand bei Klasse K_2 ist kleiner als bei Klasse K_1.
☐	Der kleinste Betrag, den ein Schüler bzw. eine Schülerin der Klasse K_1 ausgegeben hat, entspricht dem 1. Quartil von Klasse K_2.
☐	Die Spannweite der Ausgaben ist in beiden Klassen gleich groß.

3 Zur Bereiningung eines Waldes sollen alle Bäume ab einem Stammumfang von 40 cm gefällt werden. Um die ungefähre Anzahl der zu schlägernden Bäume abzuschätzen, wurden 100 Baumstämme vermessen. Das Säulendiagramm mit Klasseneinteilung veranschaulicht die Messergebnis.
Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.



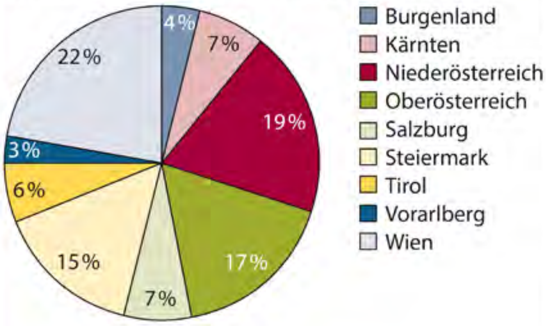
☐	Rund 29 Bäume werden nicht gefällt.
☐	71 % der hundert Bäume müssen aufgrund ihres Stammumfangs gefällt werden.
☐	Etwa 46 Bäume haben einen Stammumfang zwischen 40 und 60 cm.
☐	16,7 % der Bäume erreichen einen maximalen Stammumfang von 50 cm.
☐	Es müssen 29 Bäume gefällt werden.

4 11 Jugendliche wurden nach der Anzahl ihrer Geschwister befragt. Am häufigsten wurde 2 als Geschwisteranzahl genannt. Die Geschwisteranzahl 1 und 4 wurde jeweils einmal genannt. Gib eine mögliche Verteilung der Geschwisteranzahl an, sodass der Median der Geschwisteranzahl bei 2 liegt.

Geschwisteranzahl	0	1	2	3	4
Anzahl		1			1

5 Für den Sommerurlaub fallen bei fünf Familien jeweils Gesamtkosten von € 2500, € 2100, € 1200, € 3400 und € 7200 an. Berechne das arithemtische Mittel und den Median für die Kosten der fünf Sommerurlaube.

6 Die Österreicherinnen und Österreicher machen gerne Urlaub in ihrem Land. Das Diagramm zeigt, welches Bundesland wie viel zu den einheimischen Touristen beiträgt. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.



☐	Aus Vorarlberg kommen 3 % der einheimischen Touristen.
☐	7 von 10 einheimischen Touristen kommen aus Kärnten.
☐	Ein Viertel der einheimischen Touristen stammt aus den Bundesländern Salzburg, Steiermark und Vorarlberg.
☐	Jeder vierte einheimische Tourist kommt aus dem Burgenland.
☐	Die Wiener machen den größten Anteil an einheimischen Touristen aus.

7 Eine ambitionierte Hobbyläuferin hat ihre gelaufenen Kilometer pro Monat für das vergangene Jahr festgehalten. Kreuze an, welche Aussagen für das arithmetische Mittel $\overline{x}$ der gelaufenen Kilometer im vergangenen Jahr zutreffen.

Monat	Km/Monat
Jänner	150
Februar	200
März	250
April	270
Mai	300
Juni	320
Juli	290
August	270
September	330
Oktober	250
November	200
Dezember	150

☐	$\overline{x} < 250$
☐	$\overline{x} = \frac{(150 + 200 + 250 + 270 + 300 + 320 + 290 + 330)}{8}$
☐	$\overline{x} > 250$
☐	$\overline{x} = \frac{2 \cdot 150 + 2 \cdot 200 + 2 \cdot 250 + 2 \cdot 270 + 300 + 320 + 290 + 330}{12}$
☐	$\overline{x} = 295$

Typ-2-Aufgaben Beschreibende Statistik

1

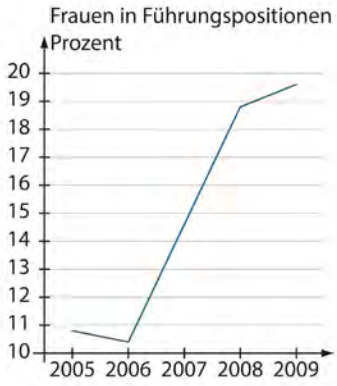
Frauen in Führungspositionen

Der Prozentsatz der im Staatsdienst beschäftigten Frauen beträgt rund 40 %. Die nebenstehende Grafik zeigt, wie viele davon in Führungspositionen arbeiten.

a) Zwischen welchen Werten bewegt sich dieser Anteil?

b) Bildet die Steilheit der Kurve von 2006 bis 2008 die Realität gut ab? Zeichne das Schaubild mit geänderten Einheiten der Achsen nochmals, sodass die Darstellung realistischer wirkt.

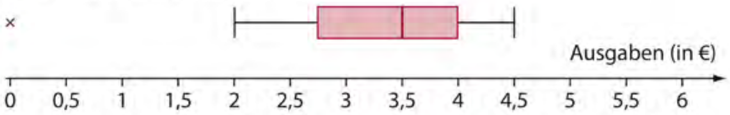
c) In einem staatlichen Bereich sind 12 535 Frauen und Männer beschäftigt. Wie viele Frauen waren im Jahr 2008 ungefähr in diesem Bereich in Führungspositionen?



2

Getränkeausgaben

20 Gäste essen in einem Gasthaus. Das Kastenschaubild zeigt die Verteilung der Getränkeausgaben pro Person in Euro.



a) Gib alle statistischen Kennzahlen an, die aus der Grafik abgelesen werden können.

b) Das arithmetische Mittel der Getränkeausgaben beträgt 3,275 Euro. Wie groß ist das arithmetische Mittel, wenn der Ausreißer $x_1 = 0$ nicht mitgerechnet wird?

c) Begründe, warum das arithmetische Mittel $\overline{x} = 3{,}275$ kleiner als der Median ist.

d) Wie verändert sich die Standardabweichung s, wenn der Ausreißer $x_1 = 0$ nicht mitgerechnet wird? Kreuze die zutreffende Antwort an.

s wird größer.	☐
s bleibt gleich.	☐
s wird kleiner.	☐
Mit den vorliegenden Daten lässt sich keine Aussage dazu treffen.	☐

3

Behandlungszeiten

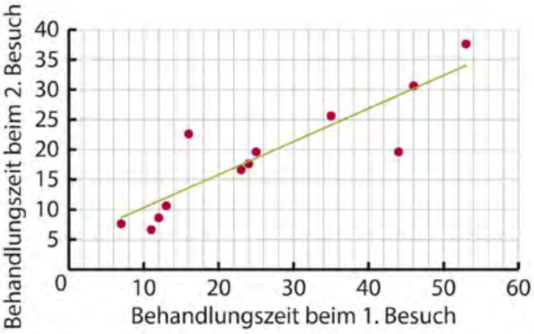
In einer Tierarztpraxis wurden während einer Woche folgende Behandlungszeiten in Minuten notiert:

12, 23, 17, 18, 33, 47, 5, 7, 22, 34, 21, 19, 18, 42, 38, 27, 34, 26, 19

a) Wähle eine Klasseneinteilung und erstelle ein Säulendiagramm mit Klasseneinteilung.

b) Ermittle die Zentralmaße und zugehörigen Streuungsmaße. Stelle deine Ergebnisse grafisch dar.

c) Eine andere Tierarztpraxis notiert die Behandlungszeiten (in Minuten) beim ersten und kurz darauffolgenden zweiten Besuch. Lässt sich aufgrund des Punktwolkendiagramms mit Trendlinie eine Tendenz zur Verkürzung bzw. Verlängerung der Behandlungszeiten beim zweiten Besuch erkennen?



d) Gib für die eingezeichnete Trendlinie eine geeignete Funktion f(x) an. Dabei sei x die Behandlungszeit beim ersten Besuch. Gib an, welche Werte du der Grafik entnimmst.

4 Die Statistik Austria erhob für das Jahr 2012, wie viel Einkommen den österreichischen Privathaushalten pro Jahr zur Verfügung steht. Daraus wurde das Jahresäquivalenzeinkommen errechnet: Es gibt an, wie viel Einkommen einer Person im Haushalt pro Jahr zur Verfügung steht. Dazu wird das verfügbare Haushaltseinkommen durch die Summe der Personengewichte im Haushalt dividiert und mit dem Personengewicht multipliziert. Nach einer EU-Skala werden die Personen im Haushalt gewichtet:
erste Person = 1,0; zweite und jede weitere Person = 0,5; Kinder jünger als 14 Jahre = 0,3.
In der Tabelle sind die entsprechenden Ergebnisse dargestellt.

… % von ca. 8 344 000 Personen verfügen über weniger als … €	Jahresäquivalenzeinkommen pro Person im Haushalt					
	10 %	25 %	50 %	75 %	90 %	Arithmetisches Mittel
	11 630 €	16 056 €	21 807 €	29 388 €	39 379 €	24 423 €

Quelle: Statistik Austria, EU-SILC. Äquivalisiertes Nettohaushaltseinkommen 2012 nach soziodemographischen Merkmalen. Erstellt am 17. 12. 2013.

a) Wie viele Personen sind in der Statistik erfasst? Wie viele dieser Personen verfügen über weniger als 11 630 € im Jahr? Wie viele Personen verfügen über ein Jahreseinkommen zwischen 16 056 € und 29 388 €?
b) Welche statistischen Kennzahlen können der Tabelle entnommen werden?
c) Worauf ist es zurückzuführen, dass das arithmetische Mittel höher als der Median ist?
d) Zeige, dass für die gegebenen Quantilen gilt: $|q_{0,50} - q_{0,10}| < |q_{0,50} - q_{0,90}|$. Welche Bedeutung hat dies für die Verteilung der Jahreseinkommen pro Person?
e) Ein Haushalt verfügt über 32 000 € Jahreseinkommen. In diesem Haushalt leben zwei Elternteile und drei Kinder im Alter von 10, 12 und 16 Jahren. Ermittle die Personengewichte nach der oben angegebenen Gewichtung und berechne das Jahresäquivalenzeinkommen. Welcher Betrag des gesamten Haushaltseinkommens entfällt entsprechend der Gewichtung auf die einzelnen Personen des Haushaltes?

Kompetenzcheck Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung

1 Bei einer Tombola gibt es Lose in den Farben grün, blau, gelb, weiß und rot. Betrachte das Ereignis E, dass bei der Ziehung von zwei Farben blau und gelb gezogen werden.
Was beschreibt das Gegenereignis von E? Kreuze die zutreffende Aussage an.

- ☐ Es wird blau und grün gezogen.
- ☐ Es wird weder blau noch gelb gezogen.
- ☐ Es wird weder rot noch grün gezogen.
- ☐ Es wird rot und grün gezogen.
- ☐ Es wird rot und blau gezogen.
- ☐ Es wird weiß und gelb gezogen.

2 Auf einer Geburtenstation eines Krankenhauses wird in einem mehrjährigen Versuch die Anzahl der Geburten in Abhängigkeit von der Mondphase untersucht.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Baby bei Vollmond auf die Welt kommt, wird als ________❶________ bestimmt. Diese Wahrscheinlichkeit kann ________❷________ werden.

❶	
relative Häufigkeit	☐
relativer Anteil	☐
subjektives Vertrauen	☐

❷	
mathematisch exakt berechnet	☐
aufgrund der erhobenen Daten ermittelt	☐
nur geschätzt	☐

3 Die Wahrscheinlichkeit, dass es auf Sizilien einen Winter mit Frost gibt, wird in einem Buch mit 15 % angegeben. Wie kann diese Aussage interpretiert werden?
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

- ☐ An durchschnittlich 15 von 100 Wintertagen gibt es in Sizilien Frost.
- ☐ Auf 15% der Landesfläche von Sizilien gibt es im Winter Frost.
- ☐ 15 % entspricht ca. einem Siebentel. Das bedeutet, dass es auf Sizilien im Schnitt ungefähr jeden siebenten Tag im Winter Frost gibt.
- ☐ Über einen langen Zeitraum hinweg kann man sagen, dass es in ca. 15 % aller Winter in Sizilien Frost gibt.
- ☐ Wenn in Italien Frost herrscht, dann sind in Sizilien 15 % der Landesfläche betroffen.

4 Zwei (gewöhnliche) Spielwürfel werden geworfen und die Summe der geworfenen Augenzahlen ermittelt. Die Tabelle zeigt alle möglichen Ausgänge.

(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

- ☐ Das Auftreten der Augensumme 3 und 4 ist gleich wahrscheinlich.
- ☐ 7 ist die Augensumme, die am wahrscheinlichsten auftritt.
- ☐ Die Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 1 ist $\frac{1}{12}$.
- ☐ Die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme 5 gewürfelt wird, ist $\frac{1}{9}$.
- ☐ Es gibt nur 2 Ereignisse, die zur Augensumme 10 führen.

5 Ein Hersteller von E-Bikes ist mit Beschwerden von Kunden konfrontiert. Bei 8 % der verkauften Fahrzeuge tritt innerhalb der Garantiezeit ein Defekt beim Akku auf. Bei 5 % der Elektrofahrräder tritt ein anderes Problem (Schaltung, Bremsen etc.) auf.

Ordne den Ereignissen E_1, E_2, E_3 und E_4 die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten zu.

E_1: Bei einem E-Bike ist der Akku kaputt und ein weiterer Defekt tritt auf.	
E_2: Es tritt höchstens ein Defekt auf.	
E_3: Bei einem Fahrrad tritt kein Mangel auf.	
E_4: Das Fahrrad ist defekt.	

A	$P = 0{,}92 + 0{,}08 \cdot 0{,}05$
B	$P = 0{,}92 \cdot 0{,}95$
C	$P = 0{,}08 \cdot 0{,}05$
D	$P = 1 - 0{,}08 \cdot 0{,}05$
E	$P = 0{,}08 + 0{,}92 \cdot 0{,}05$
F	$P = 0{,}92 \cdot 0{,}95 + 0{,}08 \cdot 0{,}05$

6 Aufgrund von erhöhtem Sicherheitsrisiko wird auf einem Flughafen das Gepäck zweimal kontrolliert. Bei jeder Kontrolle wird mit 97 %iger Wahrscheinlichkeit erkannt, ob sich verbotene Gegenstände im Gepäck befinden.
Berechne, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass ein gefährlicher Inhalt gefunden wird.

7 Bei einer Befragung in einer Gemeinde wird erhoben, dass 62 % der Einwohner eine Erweiterung der Radwege befürworten. 40 % sind für einen Ausbau des öffentlichen Verkehrs, 33 % sind aber weder für die Erweiterung der Radwege noch für den Ausbau des öffentlichen Verkehrs.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand für die Erweiterung der Radwege ist, wenn er den öffentlichen Verkehr stärker gefördert haben will?

8 Die Tabelle zeigt, wie viele von insgesamt 482 Schülerinnen und Schülern der Oberstufe einer Schule einen Ferialjob haben.

	Burschen	Mädchen
Ferialjob	136	148
Kein Ferialjob	92	106

Eine Person wird zufällig ausgewählt.
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass
a) die Person männlich ist,
b) die Person männlich ist, wenn sie einen Ferialjob hat,
c) die Person weiblich ist, wenn sie keinen Ferialjob hat.

Typ-2-Aufgaben Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung

1

Medizinaufnahmetest 2013 in Österreich.

Neben Wien gab es die neuen Aufnahmetests auch in Graz und Innsbruck. Insgesamt traten 8364 Kandidaten an, rund die Hälfte davon in Wien. Österreichweit wurden 1500 Plätze vergeben. Frauenministerin Gabriele Heinisch-Hosek (SPÖ) freute sich in einer Aussendung, dass sich annähernd gleich viele Frauen wie Männer für die Aufnahme eines Medizinstudiums qualifiziert haben. (Quelle: 20.3.2014, http://wien.orf.at/news/stories/2597139/)

a) Erstelle entsprechend der Grafik eine Tabelle mit den Rubriken: Frau, Mann, zugelassen, nicht zugelassen. Gib jeweils die absoluten und relativen Häufigkeiten an.

b) Aus der Gruppe der zum Medizin-Aufnahmetest-2013 angetretenen Personen wird per Zufall eine Person ausgewählt.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten,
(1) dass diese Person eine Frau ist,
(2) dass diese Person zum Medizinstudium zugelassen wurde.

c) Ordne den Rechnungen der rechten Spalte die jeweils in der linken Spalte beschriebene Wahrscheinlichkeit zu.

Die Wahrscheinlichkeit, aus der Gruppe der zum Medizinstudium zugelassenen Personen eine Frau zufällig auszuwählen.	
Die Wahrscheinlichkeit, aus der Gruppe der zum Aufnahmetest angetretenen Frauen eine Frau zufällig auszuwählen, die zum Medizinstudium zugelassen wurde.	
Die Wahrscheinlichkeit, aus der Gruppe der zum Aufnahmetest angetretenen Männer einen Mann zufällig auszuwählen, der nicht zum Medizinstudium zugelassen wurde.	
Die Wahrscheinlichkeit, aus der Gruppe der nicht zum Medizinstudium zugelassenen Personen eine Frau zufällig auszuwählen.	

A	$P(E) = \frac{724}{4883} \approx 0,15$
B	$P(E) = \frac{4159}{8364} \approx 0,50$
C	$P(E) = \frac{4159}{6864} \approx 0,61$
D	$P(E) = \frac{724}{1500} \approx 0,48$
E	$P(E) = \frac{2705}{8364} \approx 0,32$
F	$P(E) = \frac{2705}{3481} \approx 0,78$

2

Infektionskrankheit Masern

Die Weltgesundheitsorganisation WHO (World Health Organization) hatte das Ziel, die Masern in Europa bis 2010 auszurotten. Dazu ist es notwendig, dass 95 % der gesamten Bevölkerung gegen Masern ausreichend geimpft sind. Die Daten zeigen vor allem für Europa ein anderes Bild.

a) Das medizinische Fachjournal *The Lancet* veröffentlicht eine Studie der Jahre 2006 und 2007 mit Daten aus den europäischen Ländern. Danach traten 12 132 dokumentierten Masernfälle auf. In den meisten Fällen waren die Erkrankten nicht oder unzureichend gegen Masern geimpft. Sieben Todesfälle standen in Zusammenhang mit einer Masernerkrankung. (Quelle: The Lancet, 31. 01. 2009)
In der *Neuen Züricher Zeitung* wird im März 2009 berichtet, dass für die zwölf zurückliegenden Monate laut Europabüro der WHO in Europa 8145 Masernfälle gemeldet wurden. (Quelle: Neue Züricher Zeitung, 03. 03. 2009)

Ein Journalist schließt aus den angeführten Daten, dass von 2006 bis Anfang 2009 die Zahl der jährlichen Masernerkrankungen gestiegen ist. Belege seine Überlegung mithilfe geeigneter Daten.

b) An der Uniklinik in Frankfurt/Main werden 2010 Medizinstudenten vor Beginn ihres klinischen Praktikums untersucht. Nur knapp zwei Drittel hatten die empfohlenen zwei Masernimpfungen erhalten. Bei 20 % dieser Geimpften ließ sich trotzdem kein ausreichender Impfschutz nachweisen. (Quelle: Ärzte-Zeitung, 15. 04. 2012)

Einer der untersuchten Medizinstudenten wird zufällig ausgewählt. Wie groß ist ungefähr die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person die empfohlenen Masernimpfungen erhalten hat und ausreichenden Impfschutz aufweist?

c) Laut *Statistik Austria* werden im Jahr 2012 österreichweit 35 Fälle von Masern durch eine Laboruntersuchung bestätigt und gemeldet, das sind 0,42 Erkrankungen auf 100 000 Personen in der Bevölkerung. (Quelle: Statistik Austria)
Die Zeitung *Augsburger Allgemeine* meldet unter der Schlagzeile *Masern: Zahl der Infektionen verzehnfacht sich*, dass bis September 2013 im deutschen Bundesland Bayern 711 Masernerkrankungen aufgetreten sind. Im gesamten Jahr 2012 waren es nur 70. Damit ist Bayern im Jahr 2013 bezogen auf die Einwohnerzahl mit rund 57 Fällen auf eine Million Menschen nach Berlin das am zweitstärksten betroffene Bundesland Deutschlands. (Quelle: Augsburger Allgemeine, 12. 09. 2013)

(1) Zeige mithilfe geeigneter Daten, dass 2012 die Infektionsrate in Österreich niedriger als in Bayern war.

(2) Beschreibe die Zunahme an Masernfällen in Bayern beginnend mit dem Jahr 2012 sowohl als lineares als auch als exponentielles Modell. Gib jeweils einen Funktionsterm an, der die Anzahl N der Masernfälle nach t Jahren beschreibt. Wähle für 2012 $t = 0$. Berechne die Anzahl der Masernfälle im Jahr 2023 mit beiden Modellen. Welche Schlussfolgerung ziehst du daraus in Bezug auf die Eignung der beiden Modelle?

Anmerkung: Bayern hatte 2013 etwa 12,5 Millionen Einwohner.

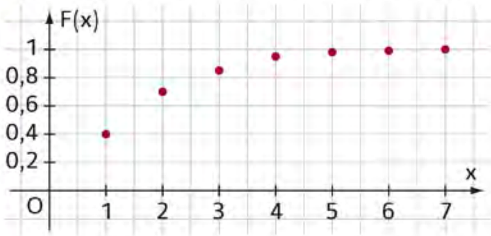
Kompetenzcheck Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen

1 In der Tabelle ist angegeben, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass ein Kunde einer Bäckerei ein, zwei usw. verschiedene Produkte einkauft.

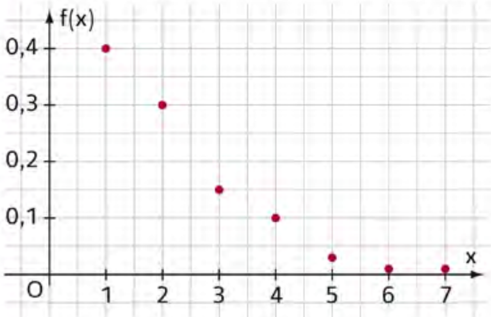
Anzahl k der Produkte	1	2	3	4	5
P (X = k)	0,1	0,4	0,2	0,2	0,1

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der eingekauften Produkte einer zufällig ausgewählten Person an. Stelle die Wahrscheinlichkeitsfunktion f: D → [0; 1] mit f (k) = P (X = k) für k = 1, 2, ... 5 grafisch dar.

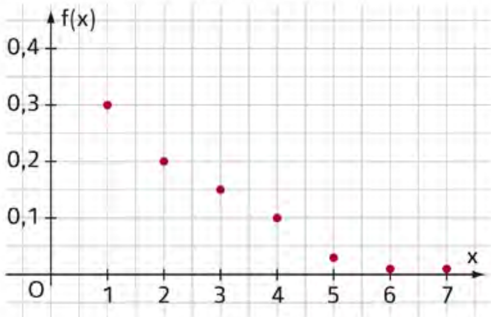
2 Die Abbildung zeigt die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen X.



Kreuze die beiden Wahrscheinlichkeitsverteilungen an, die zu X passen.



A ☐



B ☐

x	1	2	3	4	5	6	7
f (x)	0,4	0,2	0,1	0,2	0,03	0,01	0,01

C ☐

x_i	1	2	3	4	5	6	7
P (X = x_i)	0,4	0,3	0,15	0,1	0,03	0,01	0,01

D ☐

Xi	1	2	3	4	5	6	7
P (X ≤ x_i)	0,4	0,6	0,75	0,95	0,98	0,98	1,0

E ☐

3 Für Fußgänger ist das Überqueren einer vielbefahrenen Straße ohne Zebrastreifen in der Zeit zwischen 7 und 19 Uhr mit Wartezeiten verbunden. In der Tabelle ist dargestellt, wie groß die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Wartezeit ist.

Wartezeit (in Minuten)	0	1	2	3	4
Wahrscheinlichkeit	0,15	0,45	0,25	0,10	0,05

Berechne den Erwartungswert, die Standardabweichung und das Intervall $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$.
Interpretiere die Ergebnisse.

4 Rotkreuzlotterie
Wer hilft, gewinnt! Bei der Rotkreuzlotterie im Jahr 2014 werden 10 000 000 Lose aufgelegt. Darunter sind 101 462 Lose mit Gewinn mit einer Gewinnsumme im Wert von 4 520 000 €. Der Lospreis beträgt 1,80 €, das Spielkapital somit 18 000 000 €.

Ermittle die Wahrscheinlichkeit, ein Los mit Gewinn zu erwerben, den durchschnittlichen Gewinn pro Gewinnlos unter Berücksichtigung des Lospreises sowie den Erwartungswert für den Gewinn pro gekauftem Los.

5 Bei einer Rückholversicherung für Auslandsreisen beträgt die Versicherungsprämie 15 €. Dafür werden im Fall einer Krankheit oder eines Unfalls die Kosten für den Rücktransport von der Versicherung übernommen. Für etwa 0,1 % der Auslandsreisenden ist ein Rücktransport notwendig und kostet durchschnittlich 10 000 €.
Ergänze die Tabelle. Betrachte dabei die Kosten für eine Person und berücksichtige bei den Kosten die Zahlung der Prämie.

	Wahrscheinlichkeit	Kosten mit Versicherung	Kosten ohne Versicherung
Kein Rücktransport notwendig			
Rücktransport notwendig			

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an. Betrachte die Kosten ohne Versicherung als Zufallsvariable.

Rein statistisch ist es günstiger, sich nicht zu versichern, da der Erwartungswert der Kosten ohne Versicherung niedriger ist als die Versicherungsprämie.	☐
Der Erwartungswert der Kosten ohne Versicherung wird berechnet mit $E(X) = 0 \cdot 0{,}99 + 10000 \cdot 0{,}01$.	☐
Der Erwartungswert der Kosten ohne Versicherung ist höher als die zu zahlende Prämie.	☐
Der Erwartungswert der Kosten ohne Versicherung wird berechnet mit $E(X) = 15 \cdot 0{,}999 + 10\,000 \cdot 0{,}001$.	☐
Der Erwartungswert der Rückholkosten ohne Versicherung beträgt 10 € und gibt an, welcher Betrag im Mittel bei einer sehr hohen Zahl an Auslandsreisenden pro Person für Rücktransporte anfällt.	☐

6 Die Binomialverteilung tritt auf, wenn Zufallsversuche wiederholt durchgeführt werden. Bei jedem Teilversuch wird zwischen *Erfolg* und *Misserfolg* unterschieden. Welche der folgenden Bedingungen müssen erfüllt sein, damit ein Experiment oder eine Situation mithilfe der Binomialverteilung beschrieben werden kann?
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl, mit der das Ereignis *Erfolg* im Laufe der Versuchsserie eintritt. An welcher Stelle *Erfolg* eintritt, ist dabei bedeutungslos.	☐
Für ein betrachtetes Ereignis wird vorgegeben; wie oft Versuche mit *Erfolg* auftreten und wann die Versuche mit *Erfolg* im Laufe des Experimentes auftreten.	☐
Wenn die Wahrscheinlichkeit für *Erfolg* bekannt ist, kann daraus nicht die Wahrscheinlichkeit für *Misserfolg* ermittelt werden.	☐
Der Zufallsversuch entspricht einer Ziehung mit Zurücklegen.	☐
Die Wahrscheinlichkeit für *Erfolg* bzw. *Misserfolg* darf sich im Laufe der Versuchsserie nicht ändern.	☐

7 Laut eines Berichtes der Luftverkehrsorganisation Eurocontrol zum Jahr 2013 starten 36 % der Flüge verspätet (5 Minuten oder mehr). Für eine Stichprobe zufällig ausgewählter Flüge wird ein Ereignis E mit folgender Wahrscheinlichkeit ermittelt:
$P(E) = \binom{100}{30} \cdot 0{,}36^{30} \cdot 0{,}64^{70}$
Beschreibe, welches Ereignis E betrachtet wird. Berechne die Wahrscheinlichkeit.
Welche Bedeutung haben jeweils die drei Faktoren und die einzelnen Zahlenwerte?

8 In den Streckendiagrammen ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung binomialverteilter Zufallsvariablen dargestellt.
Ordne den Diagrammen die entsprechenden Parameter n und p zu.

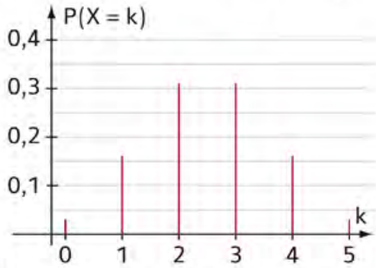


Abb. 1 ☐

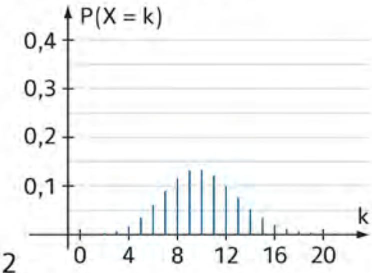


Abb. 2 ☐

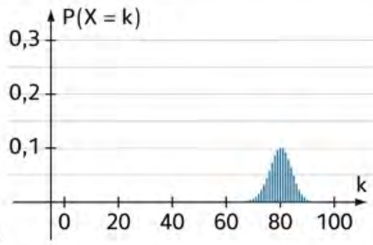


Abb. 3 ☐

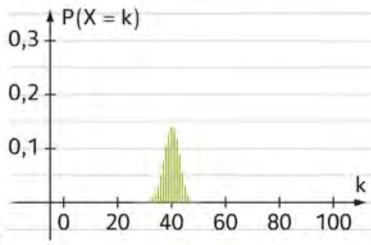


Abb. 4 ☐

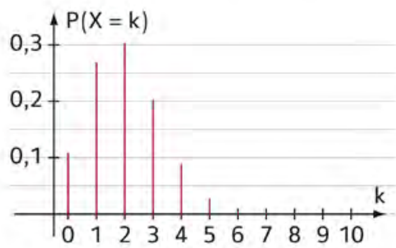
A	B	C	D	E
n = 5, p = 0,50	n = 50, p = 0,05	n = 50, p = 0,80	n = 100, p = 0,10	n = 100, p = 0,80

9 Bei einem Ball werden 5000 Lose verkauft. Für 25 % der Lose gibt es einen Gewinn. Ballbesucher kaufen jeweils 20 Lose.
Ergänze die Lücken des folgenden Satzes so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht.
Wird mit Binomialverteilung gearbeitet, ... ❶ ...., weil .... ❷ ....

❶	
weicht die Anzahl der Gewinnlose unter 20 gekauften Losen um ca. 1,9 vom Erwartungswert ab	☐
ist der Erwartungswert für die Anzahl der Nieten unter 20 gekauften Losen gleich 4	☐
beträgt die Wahrscheinlichkeit für 5 Gewinne bei 20 gekauften Losen 25 %	☐

❷	
$\mu = 20 \cdot 0{,}25 = 4$ ist.	☐
$20 \cdot 0{,}25 = 5$ ist.	☐
$\sigma \approx \sqrt{20 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75}$ ist.	☐

10 In einer Rentierherde befinden sich markierte Tiere. Es wird ein einzelnes Tier gefangen und untersucht, ob es eine Kennmarke trägt. Danach wird das Tier gleich wieder freigelassen.
An mehreren Tagen werden jeweils 10 Tiere aus dieser Herde gefangen.
Die Zufallsvariable X gibt an, wie viele markierte Tiere sich darunter befinden. X ist binomialverteilt. Der Graph stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dar.



a) Bestimme die Parameter n und p der Binomialverteilung.
b) Wie hoch ist der Anteil der markierten Tiere in der Herde?

11 Die Wahrscheinlichkeit, an einem Arbeitstag bei der Fahrt mit dem PKW ins Büro in einen Stau zu geraten, beträgt 75 %. Pro Jahr fallen etwa 200 Fahrten an.
Betrachte die Anzahl der Stau-Fahrten pro Jahr als Zufallsvariable.
Gib an, unter welchen Voraussetzungen die Zufallsvariable als binomialverteilt betrachtet werden kann.

12 Die Wahrscheinlichkeit, an einem Arbeitstag bei der Fahrt mit dem PKW ins Büro in einen Stau zu geraten, beträgt 75 %. Pro Jahr fallen etwa 200 Fahrten an.
Betrachte die Anzahl der Stau-Fahrten pro Jahr als Zufallsvariable.
Berechne den Erwartungswert, die Standardabweichung und das Intervall $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ und interpretiere die Ergebnisse im Kontext.

13 Die Wahrscheinlichkeit, an einem Arbeitstag bei der Fahrt mit dem PKW ins Büro in einen Stau zu geraten, beträgt 75 %. Pro Jahr fallen etwa 200 Fahrten an.
Betrachte die Anzahl der Stau-Fahrten pro Jahr als Zufallsvariable.
Für welche Anzahl k_{max} an Tagen (bei $n = 200$) ist die Wahrscheinlichkeit $P(X = k)$ am größten? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, an genau k_{max} von 200 Tagen bei der Fahrt ins Büro in einen Stau zu geraten?

Typ-2-Aufgaben Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen

1

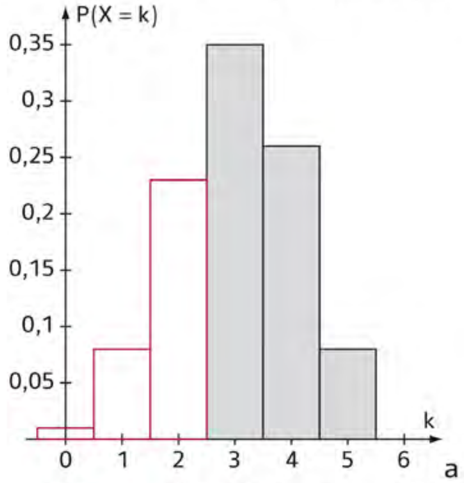
Geburten in Österreich

Im Jahr 2013 wurden in Österreich 40 953 Buben und 38 377 Mädchen lebend geboren. Mittels Zufallsverfahren werden daraus 10 Kinder ausgewählt.

a) Begründe, dass die Zufallsvariable X für die Anzahl der Mädchen in dieser Gruppe binomialverteilt ist. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Hälfte der ausgewählten Kinder sind Mädchen.	☐
Die Anzahl der Mädchen liegt zwischen 3 und 6.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, dass sich in dieser Gruppe genau 5 Mädchen befinden, beträgt rund 0,24.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, dass sich in dieser Gruppe mindestens 3, aber höchstens 6 Mädchen befinden, beträgt rund 0,5.	☐
In der Gruppe befinden sich höchstens 4 Mädchen.	☐

b) Das Histogramm veranschaulicht die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen X mit den Parametern n = 5 und p = 0,6.



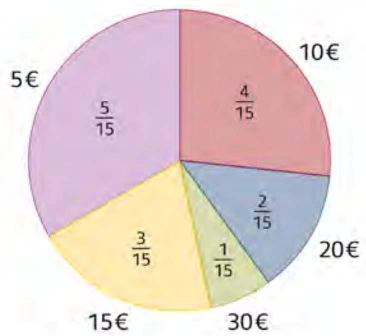
Kreuze die beiden Aussagen an, die auf die grau markierte Fläche zutreffen.

$P(X = 3)$	☐
$P(X \leq 3)$	☐
$1 - P(X < 2)$	☐
$P(X \geq 3)$	☐
$1 - P(X \leq 2)$	☐

2

Jedes Spiel ein Treffer!

Auf einem Schulfest wird ein Glücksrad aufgestellt. Beim Drehen des Glücksrads können mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten verschiedene Preise gewonnen werden. Die Preise und Wahrscheinlichkeiten sind in der Grafik ersichtlich.



a) Erstelle eine Tabelle und ein Streckendiagramm für die Wahrscheinlichkeitsfunktion des zu erzielenden Gewinns.

b) Die Schülergruppe, die dieses Gewinnspiel organisiert, überlegt, welchen Einsatz sie von einem Spieler bzw. einer Spielerin verlangen soll, damit dieses Spiel auch für den Veranstalter ein Gewinn werden kann.
Wie viel müssen die Schüler und Schülerinnen pro Spiel mindestens verlangen, damit sie auf lange Sicht mit diesem Spiel eine Einnahme erzielen können?
Die Schülergruppe möchte 14 € als Spieleinsatz verlangen. Heißt das, dass die Veranstalter an einem bestimmten Nachmittag, wenn das Rad etwa 100-mal gedreht wird, sicher einen Gewinn machen?

c) Ein junger Mann sagt zu seiner Freundin: „20 ist meine Glückszahl. Ich wette, dass bei den nächsten 10 Spielen mindestens zweimal der Gewinn von 20 € kommt.“ Soll sie die Wette annehmen und dagegen wetten? Begründe anhand einer Rechnung!

d) Wie wahrscheinlich ist es, dass beim fünfmaligen Drehen des Glücksrades genau die Gewinne 20 €, 15 €, 15 €, 30 € und 20 € (in dieser Reihenfolge) kommen?
Bei dieser Gewinnfolge bekommt man in Summe 100 €. Muss es deshalb genauso wahrscheinlich sein, dass fünfmal der Gewinn 20 € kommt, weil der Gewinn dann ebenfalls 100 € beträgt? Begründe mit einer Rechnung!

3 **Jugendliche in Österreich**

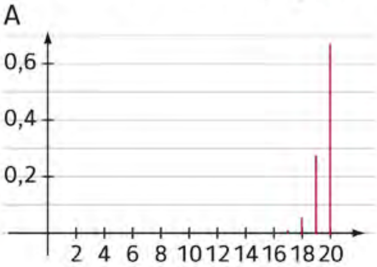
Eine österreichische Jugendorganisation hat 1500 Jugendliche im Alter von 13 bis 17 Jahren als Mitglieder. Einige der erhobenen Daten sind in den nachfolgenden Abbildungen dargestellt.

Alter in Jahren	Anzahl
13	93
14	92
15	512
16	488
17	315

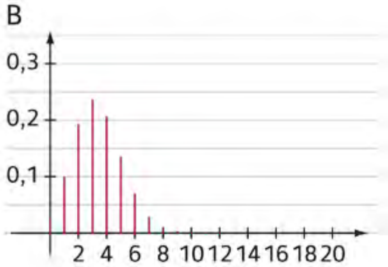
a) Begründe mithilfe des arithmetischen Mittels und des Medians, dass das Durchschnittsalter der befragten Jugendlichen bei 16 Jahren liegt.

b) Aus den 1500 Jugendlichen wurden zufällig 20 Jugendliche ausgewählt. Bei dieser Auswahl wurde das Merkmal *mache selbst Musik* und *bin Vegetarier bzw. Vegetarierin* untersucht. Gib an, welches der vier Streckendiagramme die Wahrscheinlichkeit des Merkmals *mache selbst Musik* bzw. *bin Vegetarier bzw. Vegetarierin* beschreibt. Begründe deine Wahl.

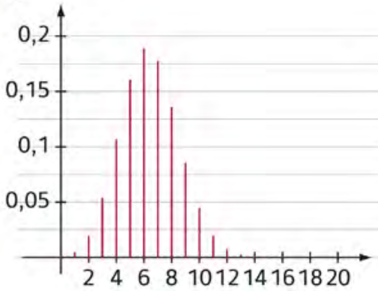
A



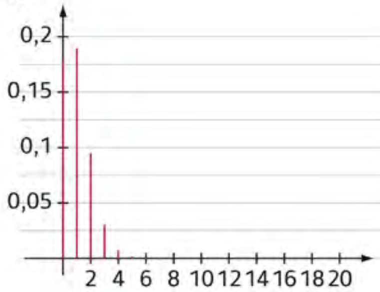
B



C



D



c) Aus den 1500 Jugendlichen wurde eine Stichprobe von 500 Jugendlichen gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass 60 bis 70 Jugendliche dieser Stichprobe selbst Musik machen, und gib den Erwartungswert dieser Stichprobe an. Lege anhand der relativen Häufigkeit der Merkmalsausprägung die Wahrscheinlichkeit für Erfolg bzw. Misserfolg fest.

d) Aus den 1500 Jugendlichen wurde eine Stichprobe von 600 Jugendlichen gezogen und das Merkmal *bin Vegetarier bzw. Vegetarierin* betrachtet. Lege anhand der relativen Häufigkeit der Merkmalsausprägung die Wahrscheinlichkeit für Erfolg bzw. Misserfolg fest.
Ermittle den 1σ-, 2σ- und 3σ-Bereich und interpretiere die Ergebnisse.

4 **Führerschein**

In Österreich können Jugendliche ab 17 Jahren die vorgezogene Lenkerberechtigung der Klasse B bzw. ab 18 Jahren den herkömmlichen B-Führerschein für PKW machen. Neben dem Basisunterricht sind mindestens 12 Fahrstunden und ein Erste-Hilfe-Kurs notwendig.
In einer österreichischen Kleinstadt wurde Daten zu den Fahrstunden und zum Erste-Hilfe-Kurs erhoben.
Abbildung 1 zeigt, wie viele Fahrstunden in drei unterschiedlichen Gruppen nötig waren, um die praktische Prüfung zu bestehen. Das Kreisdiagramm zeigt, wie viele von 1000 Führerscheinanwärtern und -anwärterinnen einen Erste-Hilfe-Kurs bereits vor dem Eintritt in die Fahrschule absolviert haben.

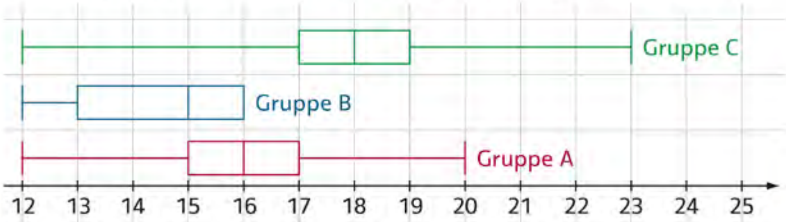


Abb. 1

a) Ermittle aus Abbildung 1 die wichtigsten Kenngrößen für die drei untersuchten Gruppen und gib an, welche der drei Gruppen für die Fahrschulen die bessere Kundschaft ist. Begründe deine Antwort.

b) Ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass von 100 zufällig ausgewählten Führerscheinanwärtern und -anwärterinnen maximal 30 noch einen Erste-Hilfe-Kurs beim Eintritt in die Fahrschule absolvieren müssen. Begründe deinen Lösungsweg.

Kompetenzcheck Wahrscheinlichkeitsrechnung – Die Normalverteilung

1 Eine umfangreiche Studie unter Hobbyradfahrern und Radfahrerinnen hat ergeben, dass sich 20 % vorstellen können, von einem herkömmlichen Rad zu einem E-Bike zu wechseln. Daraufhin hat eine Firma, die solche E-Bikes herstellt, eine Umfrage unter 1200 Kunden gemacht. Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl jener Teilnehmerinnen und Teilnehmer dieser Umfrage, die sich den Wechsel zu einem E-Bike vorstellen können. Die Verteilung der Zufallsvariable X kann durch eine Normalverteilung mit der Dichtefunktion f approximiert werden.
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Unter den 1200 Kunden werden im Durchschnitt 240 Personen auf E-Bikes umsteigen wollen.	☐
Die Wahrscheinlichkeit $P(210 \leq X \leq 270)$ ist größer als 0,95.	☐
Die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 260)$ entspricht $\int_{-\infty}^{260} f(x)\,dx$.	☐
Die Approximation der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X durch eine Normalverteilung ist zulässig, weil $\sigma = \sqrt{1200 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8} \approx 13{,}86$.	☐
Für $X = 240$ nimmt die Dichtefunktion f den maximalen Wert an.	☐

2 In Großstädten landen 42 % der für den Privatkonsum gekauften Lebensmittel im Abfall. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass unter 1000 kg für den Privatkonsum gekauften Lebensmitteln mehr als 400 kg im Abfall landen.

3 Umfangreiche Erhebungen haben ergeben, dass rund 7 % der Jugendlichen beim Freizeitsport zur Leistungssteigerung unerlaubte Substanzen einnehmen. Zwei Sportzeitschriften haben daraufhin ihre Leserschaft anonym zum Dopingverhalten befragt. Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl jener Personen, die bereits selbst Erfahrung mit Doping haben.
Die Zeitschrift A hat 100 Personen befragt. Die Zeitschrift B hat 1000 Personen befragt.
Gib an, welche der beiden Zeitschriften die Verteilung der Zufallsvariable mit einer Normalverteilung approximieren darf, und begründe deine Entscheidung.

4 In Österreich haben 66 % der 17 bis 24-Jährigen einen Pkw-Führerschein. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 500 Personen, die 17 bis 24 Jahre alt sind, mehr als 350 Personen einen Pkw-Führerschein besitzen?

5 Ein deutsches Massenblatt berichtet, dass 2 von 100 deutschen Staatsangehörigen bereits Online-Datingplattformen genutzt haben. Was bedeuten diese Daten für eine Kleinstadt mit 5000 Einwohnern und Einwohnerinnen, wenn X die Anzahl jener Personen beschreibt, die bereits eine Online-Datingplattform genutzt haben?
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 200)$ ist null.	☐
Die Wahrscheinlichkeit $P(75 \leq X \leq 125)$ ist kleiner als 0,5.	☐
Die Wahrscheinlichkeit $P(75 \leq X \leq 125)$ entspricht $\int_{75}^{125} f(x)\,dx$, wobei f die Dichtefunktion der Verteilung ist.	☐
Die Approximation der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X durch eine Normalverteilung ist zulässig, weil $\sigma = \sqrt{98}$.	☐
In dieser Kleinstadt ist zu erwarten, dass 100 Personen bereits eine Online-Datingplattform genutzt haben.	☐

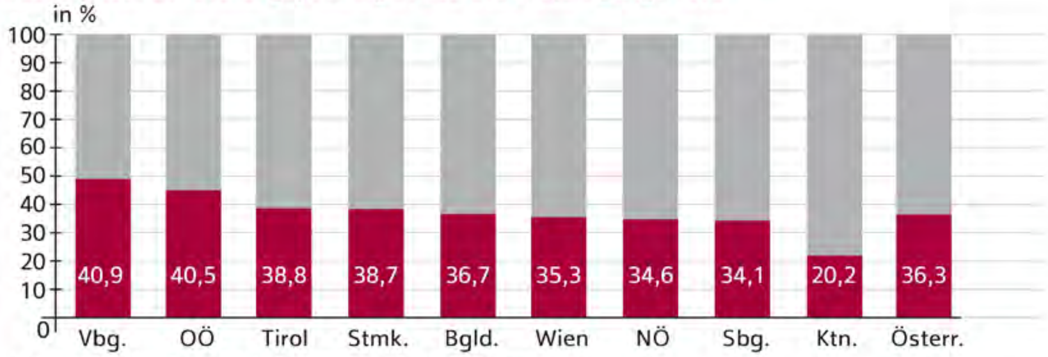
Typ-2-Aufgaben Wahrscheinlichkeitsrechnung – Die Normalverteilung

1

Stellungspflichtige Raucher

Jeder dritte Stellungspflichtige ist Raucher. Der Raucherstatus basiert auf subjektiven Angaben der Stellungspflichtigen. Anhand der Daten ist eine grobe Einteilung der 18-jährigen Männer in Raucher bzw. Nichtraucher möglich. Es ist aber nicht möglich zu unterscheiden, ob täglich oder nur gelegentlich geraucht wird. Ebenso ist die Anzahl der konsumierten Zigaretten nicht bekannt.
2013 lebten in Österreich insgesamt 48491 Männer des Geburtsjahrgangs 1995. Stellungsergebnisse liegen von 42219 Stellungspflichtigen vor, das sind 87 % dieses Jahrgangs. Rund jeder dritte Stellungspflichtige war Raucher (2013: 36,3 %), beim Geburtsjahrgang 1982 hingegen war es noch jeder zweite (2000: 52,0 %). Wie schon aus anderen Quellen bekannt ist, gibt es einen starken Zusammenhang zwischen dem Bildungsstand und dem Rauchverhalten. Bei den Stellungspflichtigen des Jahrgangs 1995 lag der Raucheranteil bei den jungen Männern ohne positiven Pflichtschulabschluss mit 57,9 % mehr als dreimal so hoch wie bei denjenigen, die gerade maturiert hatten bzw. knapp davor standen (18,3 %).
Auch das Ausmaß der Reduktion des Anteils der Raucher von 2000 bis 2013 war bei Stellungspflichtigen mit höherem Bildungsstand stärker als bei Personen mit Pflichtschulabschluss oder ohne positiven Pflichtschulabschluss: Beispielsweise reduzierte sich in diesem Zeitraum der Anteil der Raucher bei Maturanten um nahezu die Hälfte von 34,5 % auf 18,3 %, hingegen bei Stellungspflichtigen ohne positiven Pflichtschulabschluss lediglich von 65,8 % auf 57,9 %.
Die Raucherquoten des Geburtsjahrgangs 1995 lagen in den Bundesländern zwischen 34 % (Salzburg, Niederösterreich) und 41 % (Oberösterreich, Vorarlberg), mit Ausnahme von Kärnten, wo es die weitaus wenigsten Raucher gab (20 %). Allerdings war in diesem Bundesland bei der Raucherquote ein Sprung von 39,9 % im Jahr 2011 auf 21,3 % im Jahr 2012 zu verzeichnen, sodass es sich hier auch um Änderungen der Untersuchungsmethodik handeln kann.
In allen Bundesländern ist jedoch ein Rückgang der Raucherquoten zu sehen. Beim Geburtsjahrgang 1982 war die Raucherquote in allen Bundeländern noch um knapp über 50 % gelegen.[1]

Raucheranteil der Stellungspflichtigen des Geburtsjahrgangs 1995



Q: STATISTIK AUSTRIA und BMLV, Militärisches Gesundheitswesen.

[1] Quelle: http://www.statistik.at/web_de/services/oesterreichischerzahlenspiegel/index.html, Monatsausgabe März 2015, Seite 2.

a) Eine Gruppe von 200 zufällig ausgewählten stellungspflichtigen österreichischen Männern, Geburtsjahrgang 1995, wird befragt: X ist die Anzahl der Nichtraucher. Entscheide, ob X eine binomialverteilte Zufallsvariable ist und begründe deine Entscheidung.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei 200 zufällig ausgewählten österreichischen Männern, die 2013 stellungspflichtig waren, mindestens 130 Nichtraucher zu finden?

b) Im September 2013 wurden 10 Burschen eines Wiener Bezirks zur Stellung einberufen. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 und höchstens 4 der einberufenen Burschen Raucher sind.
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Zufallsvariable X ist normalverteilt.	☐
$P(2 \leq X \leq 4) \approx \phi\left(\frac{4 + 0,5 - 3,53}{1,51}\right) - \phi\left(\frac{2 - 0,5 - 3,53}{1,51}\right)$	☐
Die Zufallsvariable ist binomialverteilt und kann durch eine Normalverteilung angenähert werden.	☐
$P(2 \leq X \leq 4)$ $= \binom{10}{2} \cdot 0,353^2 \cdot 0,647^8 + \binom{10}{3} \cdot 0,353^3 \cdot 0,647^7 + \binom{10}{4} \cdot 0,353^4 \cdot 0,647^6$	☐
$P(2 \leq X \leq 4) \approx \phi\left(\frac{4 - 3,53}{1,51}\right) - \phi\left(\frac{2 - 3,53}{1,51}\right)$	☐

2

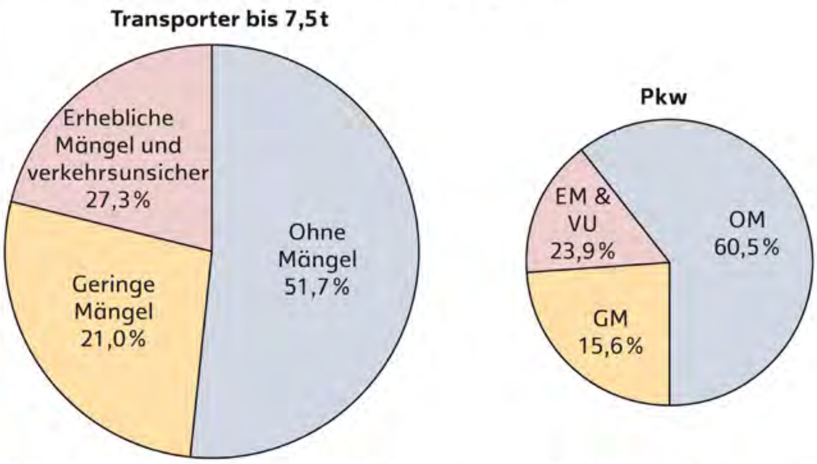
Kleintransporter ist nicht verkehrssicher

Jeder vierte Kleintransporter in Deutschland ist nicht verkehrssicher. Zu diesem Ergebnis kommt die aktuelle Mängelstatistik der GTÜ (Gesellschaft für Technische Überwachung). [...] Die Statistik wird anlässlich der IAA für Nutzfahrzeuge in Hannover präsentiert und bezieht sich auf die 2013 gesammelten Daten.

„Sorgenkinder mit überdurchschnittlich vielen Mängeln sind die Transporter bis 7,5 Tonnen zulässigem Gesamtgewicht. In dieser Fahrzeugklasse wiesen 2013 knapp die Hälfte aller von der GTÜ untersuchten Fahrzeuge Mängel auf. 27,3 Prozent hatten erhebliche Mängel oder waren gar verkehrsunsicher", so das Fazit der Prüfer. Hohe jährliche Kilometerleistungen und häufig schlechte Wartung seien die Hauptursachen für das schlechte Abschneiden der leichten Nutzfahrzeuge. (Focus online vom 23.09.2014)[2]

Mängelquote für Transporter (2013)

Anteil der Fahrzeuge mit dem Untersuchungsergebnis:



a) Bei einer Verkehrskontrolle werden drei Transporter angehalten. Dabei wird nur überprüft, ob diese Fahrzeuge einerseits ohne Mängel sind oder andererseits leichte oder erhebliche Mängel aufweisen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei von den drei Fahrzeugen ohne Mängel sind?
Begründe, ob für die Berechnung eine Binomialverteilung herangezogen werden darf.

b) Bei einer groß angelegten Kontrolle mit mobilen Prüfstationen werden 300 Transporter auf ihre Verkehrstauglichkeit hin untersucht.
Transporter, die erhebliche Mängel aufweisen, können eventuell die Weiterfahrt nicht fortsetzen und müssen auf einem Parkplatz abgestellt werden.
Berechne mithilfe einer Normalverteilung die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen 80 und 100 Fahrzeuge erhebliche Mängel aufweisen.
Stelle die berechnete Wahrscheinlichkeit in geeigneter Weise grafisch dar.

c) Bei einer anderen Überprüfung werden nur 30 Transporter kontrolliert.
Vervollständige den folgenden Satz, sodass er mathematisch und inhaltlich korrekt ist.

[2] (http://www.focus.de/auto/ratgeber/sicherheit/alarmierende-maengel-statistik-rollende-zeitbomben-jeder-vierte-kleintransporter-ist-nicht-verkehrssicher_id_4152870.html)
(http://www.focus.de/fotos/maengelquote-bei-transportern-im-vergleich-zu-pkw_id_4152996.html)
(http://p5.focus.de/img/fotos/origs4152996/8442434504-w721-h541-o-q75-p5/maengelquote-nfz-2013.jpg)

Bei 30 Transportern kann die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Anzahl von Fahrzeugen mit erheblichen Mängeln ______ ❶ ______ näherungsweise durch eine Normalverteilung berechnet werden, weil in diesem Fall ______ ❷ ______ ist.

❶	
sehr wohl	☐
nicht	☐
immer	☐

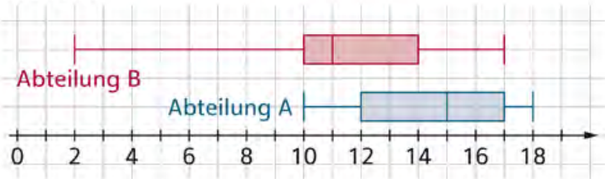
❷	
$n \cdot p \cdot (1 - p) > 3$	☐
$n \cdot p < 3$	☐
$n \cdot p \cdot (1 - p) < 9$	☐

3

Überstunden und Krankenstandstage in einem Betrieb

In einem Betrieb mit 1314 Mitarbeitern/innen gibt es 8 unterschiedliche Abteilungen, die verschieden groß sind. Die größte Abteilung hat 723 Mitarbeiter/innen, die kleinste Abteilung nur 5. Das Personalbüro hat für alle Mitarbeiter und Mitarbeiterinnen sowie für alle Abteilungen die Daten bezüglich der bezahlten Überstunden für den Monat Oktober und die Anzahl der Krankenstandstage für das vergangene Arbeitsjahr erhoben.

a) Die nachstehende Abbildung zeigt zwei Boxplots, welche die Anzahl der bezahlten Überstunden im Monat Oktober für die Abteilung A und die Abteilung B darstellen.



Lies für die Abteilung A und B jeweils die fünf charakteristischen Werte ab und interpretiere die Ergebnisse im Zusammenhang mit den bezahlten Überstunden.

b) Die Anzahl der Krankenstandstage in diesem Betrieb beträgt im Durchschnitt 10 Tage. Es gibt aber 5 % der Mitarbeiter und Mitarbeiterinnen, die keinen einzigen Krankenstandstag im vergangenen Arbeitsjahr zu verzeichnen hatten.
Die größte Abteilung dieser Firma möchte aufgrund dieser Daten die Wahrscheinlichkeit ermitteln, dass auch im nächsten Jahr bei gleichbleibenden Beschäftigungszahlen und Krankenstandstagen mehr als 40 ihrer Mitarbeiter und Mitarbeiterinnen keinen einzigen Krankenstandstag zu verzeichnen haben. Ermittle diese Wahrscheinlichkeit.
Die kleinste Abteilung möchte ebenfalls eine analoge Prognose für das nächste Jahr erstellen. Ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass in der kleinsten Abteilung genau eine Person keinen einzigen Krankenstandstag im kommenden Jahr zu verzeichnen hat.
Begründe für beide Fälle die Wahl der Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Kompetenzcheck Schließende Statistik

1 In einer Umfrage zum Thema „Parkplatzbewirtschaftung und Ausbau des öffentlichen Verkehrs“ geben von 400 befragten Personen 236 an, dass sie mit Gebühren für Kurzparkzonen einverstanden wären, wenn dadurch der öffentliche Verkehr ausgebaut wird. Berechne aufgrund dieser Umfrage ein 95 %-Konfidenzintervall für den unbekannten relativen Anteil der tatsächlichen Befürworter.

2 In einer Umfrage mit 600 Telefoninterviews ergibt sich [0,40; 0,44] als 95 %-Konfidenzintervall für den Wähleranteil der Partei XPÖ. Wie kann dieses Ergebnis richtig interpretiert werden? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

95 % der befragten Personen erwarten bei der Wahl für die Partei XPÖ ein Ergebnis, das zwischen 40 % und 44 % liegt.	☐
Bei der bevorstehenden Wahl kann mit Sicherheit ein Wahlergebnis von 40 % bis 44 % für die Partei XPÖ vorhergesagt werden.	☐
Bei sehr vielen Umfragen mit 600 Personen würde der unbekannte relative Wähleranteil der Partei XPÖ in ca. 5 % aller Fälle außerhalb des jeweiligen Konfidenzintervalls der Umfrage liegen.	☐
Der unbekannte relative Wähleranteil der Partei XPÖ liegt genau in der Mitte des Konfidenzintervalls, also bei 0,42 bzw. 42 %.	☐
Würden sehr viele Umfragen mit 600 Personen durchgeführt, so wäre der unbekannte relative Wähleranteil der Partei XPÖ in ungefähr 95 % aller Fälle in dem jeweiligen Konfidenzintervall der Umfrage enthalten.	☐

3 Vervollständige die folgenden Sätze so, dass sie mathematisch korrekt sind.
Erhöht man den Umfang n einer Stichprobe, so ______ ❶ ______.
Durch die Erhöhung des Konfidenzniveaus ______ ❷ ______

❶		❷	
wird das Konfidenzintervall vergrößert	☐	wird das Konfidenzintervall vergrößert	☐
bleibt das Konfidenzintervall unverändert	☐	bleibt das Konfidenzintervall unverändert	☐
wird das Konfidenzintervall verkleinert	☐	wird das Konfidenzintervall verkleinert	☐

4 Unter welchen Voraussetzungen kannst du ein Konfidenzintervall bestimmen? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Wenn der unbekannte relative Anteil p und der Umfang n einer Stichprobe feststehen.	☐
Wenn von einer Stichprobe der Umfang n, die relative Häufigkeit h (als Ergebnis der Stichprobe) und das Konfidenzniveau bekannt sind.	☐
Wenn die Breite des Konfidenzintervall bekannt ist.	☐
Wenn alle Merkmale aus der Grundgesamtheit bekannt sind.	☐
Wenn von einer Stichprobe der Umfang n und die relative Häufigkeit h (als Ergebnis der Stichprobe) bekannt sind.	☐