Algebra und Geometrie

Kompetenzcheck Zahlen und Rechengesetze

1 Mengen können durch Aufzählung bzw. Andeutung der Aufzählung ihrer Elemente oder durch Angabe der Eigenschaften, die die Elemente erfüllen sollen, beschrieben werden. Ordne den gegebenen vier Mengen der linken Spalte die durch Aufzählung angedeutete Menge der rechten Spalte zu.

$\{n \in \mathbb{N}^* \mid n > 12 \text{ und } n \leq 17\}$	
$A \cap P$ mit $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n > 4 \text{ und } n < 12\}$ und $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13 \ldots\}$	
$\{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x \text{ und } x \text{ ist eine gerade Zahl}\}$	
$\{z \in \mathbb{Z} \mid z \text{ ist ein Vielfaches von } 7\}$	

A	$\{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$
B	$\{13, 14, 15, 16, 17\}$
C	$\{5, 7, 11\}$
D	$\{7, 14, 21, \ldots\}$
E	$\{-6, -8, -10, -12, \ldots\}$
F	$\{\ldots, -21, -14, -7, 7, 14, 21, \ldots\}$

2 Die Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ umfassen unterschiedliche Zahlenbereiche. Vervollständige den Lückentext so, dass er mathematisch korrekt ist.

a) Die Zahl $-\frac{3}{4}\pi$ ist eine ________ ① ________, weil die ________ ② ________.

①	
negative rationale Zahl	☐
periodische Dezimalzahl	☐
negative irrationale Zahl	☐

②	
Zahl nicht als Bruch dargestellt werden kann	☐
Zahl als Bruch dargestellt werden kann	☐
Ziffernkombination der Nachkommastellen sich bis ins Unendliche wiederholt.	☐

b) Die Zahl $\sqrt{2}$ ist eine ________ ① ________, weil die ________ ② ________.

①	
reelle Zahl	☐
irrationale Zahl	☐
natürliche Zahl	☐

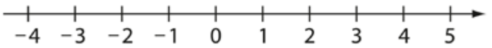
②	
Zahl nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden kann	☐
Zahl als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden kann	☐
Ziffernkombination der Nachkommastellen sich bis ins Unendliche wiederholt.	☐

3 Für das Rechnen mit reellen Zahlen gelten einige Grundgesetze. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

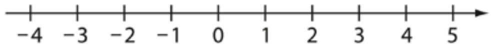
- ☐ Sind $a, b \in \mathbb{R}$, dann ist auch $a \cdot b \in \mathbb{R}$.
- ☐ Für die Addition der reellen Zahlen ist 1 das neutrale Element.
- ☐ Für die Multiplikation der reellen Zahlen ist 1 das neutrale Element.
- ☐ Ist $a \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$, dann ist $\frac{1}{a}$ das inverse Element bezüglich der Multiplikation in $\mathbb{R}$.
- ☐ Sind $a, b \in \mathbb{R}$, dann ist auch $a + b \in \mathbb{R}$.

4 Zeichne das gegebene Intervall auf der Zahlengeraden ein.

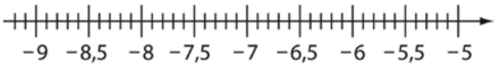
a) $[-2; 4)$



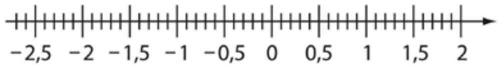
b) $]-1; 3]$



c) $(-9{,}2; -5]$



d) $[-2{,}7; 2]$



5 Die Erde ist ein Planet unseres Sonnensystems. Der Durchmesser der Erde beträgt ca. 12 700 Kilometer. Das Alter wird mit etwa 4,6 Milliarden Jahren angegeben. Die Gezeiten auf der Erde werden durch die Gravitation von Mond und Sonne verursacht. Die sogenannte Gezeitenreibung, bedingt durch Ebbe und Flut, bremst die Erdrotation ab und verlängert dadurch die Dauer eines Tages um etwa 20 Mikrosekunden pro Jahr.

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

- ☐ Der Radius der Erde beträgt rund $6{,}4 \cdot 10^6$ m.
- ☐ Aufgrund der bremsenden Wirkung der Erdrotation wird die Dauer eines Tages pro Jahr um etwa 0,00002 Sekunden länger.
- ☐ Aufgrund der bremsenden Wirkung der Erdrotation wird die Dauer eines Tages pro Jahr um etwa $2 \cdot 10^{-6}$ Sekunden länger.
- ☐ Die Erde ist etwa $4{,}6 \cdot 10^9$ Jahre alt.
- ☐ Die Erde ist etwa $46 \cdot 10^{11}$ Jahre alt.

6 Ordne den links stehenden Aussagen die richtige Aussage der rechten Spalte zu.

a)

$\lvert 5-8 \rvert = \lvert 8-5 \rvert$	
$\lvert a \rvert = -a$	
$\lvert a \rvert = 0$	
$\lvert a \rvert = a$	

A	wenn $a < 0$
B	wenn $a > 0$
C	$= -3$
D	$= 5$
E	wenn $a = 0$
F	$= 3$

b)

$10^4 \cdot 10^6$	
$\frac{10^5}{10^6}$	
$10^3 \cdot 10^2$	
$\frac{10^6}{10^2}$	

A	$10^{-1} = 0{,}1$
B	$10^{-1} = 0{,}01$
C	10^5
D	10000
E	10^{10}
F	10^8

7 Kreuze in jeder Zeile alle Zahlenmengen an, zu denen die gegebenen Zahlen gehören.

		$\in \mathbb{N}$	$\in \mathbb{Z}$	$\in \mathbb{Q}$	$\in \mathbb{R}$
(1)	$\frac{1}{5}$	☐	☐	☐	☐
(2)	π	☐	☐	☐	☐
(3)	0,7	☐	☐	☐	☐
(4)	$2{,}8 \cdot 10^3$	☐	☐	☐	☐

		$\in \mathbb{N}$	$\in \mathbb{Z}$	$\in \mathbb{Q}$	$\in \mathbb{R}$
(5)	$-5{,}1 \cdot 10^{-2}$	☐	☐	☐	☐
(6)	$\sqrt{16}$	☐	☐	☐	☐
(7)	0	☐	☐	☐	☐
(8)	$-\sqrt[3]{27}$	☐	☐	☐	☐

Kompetenzcheck Terme und Formeln

1 Für ein Galilei-Fernrohr gilt: Die Vergrößerung V ist gleich dem Quotienten der Brennweite des Objektivs f_{ob} und der Brennweite des Okulars f_{ok}. Gib eine Formel für die Vergrößerung V an.

2 Die nachstehenden Formeln geben Flächeninhalte ebener Figuren an, für die zwei Längen benötigt werden. Eine dieser Längen ist das Vielfache der anderen. Gib die Länge an und drücke sie als Vielfaches der auftretenden Länge aus.

(1) Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{4}$

(2) Flächeninhalt eines Parallelogramms: $A = 3 \cdot h_a^2$

(3) Flächeninhalt eines Deltoids: $A = \frac{e^2}{2}$

(4) Flächeninhalt eines Rechtecks: $A = 5 \cdot a^2$

3 Ordne zu.

Ein Kapital K_0 hat sich um 20% vermehrt.	
Ein Kapital K_0 hat sich um ein Viertel erhöht.	
Ein Kapital K_0 hat sich um ein Viertel verringert.	
Ein Kapital K_0 hat sich auf 20% verringert.	

A	$K_0 \cdot 0{,}2$
B	$K_0 + 0{,}25$
C	$1{,}2 \cdot K_0$
D	$\frac{3}{4} \cdot K_0$
E	$\frac{5}{4} \cdot K_0$
F	$K_0 \cdot 0{,}25$

4 Gib für die Rechenvorschrift einen Term an.

a) Zur Zahl a wird das Quadrat der Zahl a addiert.
b) Vom Kehrwert der Zahl z wird die Gegenzahl der Zahl z subtrahiert.
c) Die Zahl b wird mit der Summe der Zahlen x und y multipliziert.
d) Die Zahl P wird durch die Differenz der Zahlen R und S dividiert.

5 Ordne zu.

$(2a - 5)(2a + 5)$	
$1 + 12b + 36b^2$	
$1 - 36b^2$	
$(2a - 5)^2$	

A	$4a^2 - 20a + 25$
B	$(1 - 6b)(1 + 6b)$
C	$4a^2 - 25$
D	$(1 + 6b)(1 + 6b)$

6 Mit der Karvonen-Formel kann ein Schätzwert für die optimale Herzfrequenz HF beim Grundlagenausdauertraining bestimmt werden. Für untrainierte Personen gilt: $HF_{train} = (HF_{max} - RP) \cdot 0{,}5 + RP$, wobei HF_{train} für die Herzfrequenz während des Trainings, HF_{max} für die maximale Herzfrequenz (oder Maximalpuls) und RP für den Ruhepuls steht.
Nach Winfried Spanaus wird der Maximalpuls von Männern mit der Formel $223 - 0{,}9 \cdot$ Lebensalter (in Jahren), der von Frauen mit der Formel $223 - 1{,}0 \cdot$ Lebensalter (in Jahren) berechnet. Senioren haben einen durchschnittlichen Ruhepuls von 90 Schlägen pro Minute.
Ermittle aus diesen Angaben die optimale Herzfrequenz für das Training a) eines Pensionisten im Alter von 67 Jahren und b) einer Pensionistin im Alter von 67 Jahren.

7 Löse die Gleichung schrittweise für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$ und gib die verwendeten Äquivalenzumformungen an.
a) $7 - 2x = 2x - (5x - 6)$ b) $2x^2 - (8x + 10) = 2x \cdot (1 + x)$ c) $y + (7y - 1) = 8 - y$

Typ-2-Aufgaben Terme und Formeln

1 Der sogenannte Broca-Index ist ähnlich wie der Body-Mass-Index ein Richtwert für Untergewicht, Normalgewicht und Übergewicht.

Für Männer gilt: Broca-Index $= \frac{\text{Masse in kg}}{\text{Größe in cm} - 100}$.

(1) Gib die Formel für den Broca-Index mithilfe von Variablen an und gib an, wie sich der Index verändert, wenn die Masse verdoppelt wird, die Größe aber gleich bleibt.

(2) Forme die Formeln aus (1) so um, dass bei bekanntem Broca-Index und bekannter Größe die Masse berechnet werden kann, und gib an, welche Größe eine Person mit einem Broca-Index von 1,5 und einer Masse von 90 kg hat.

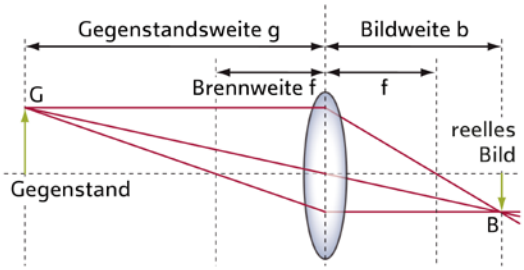
2 Der Maximalpuls eines Menschen gibt näherungsweise die größtmögliche Belastung des menschlichen Herzens an. Zur Berechnung dieses Werts gibt es viele verschiedene Formeln. Nach der Formel von Hill gilt für Männer $P_{Max} = 214 - 0{,}5 \cdot L - 0{,}11 \cdot m$ und für Frauen gilt $P_{Max} = 210 - 0{,}5 \cdot L - 0{,}11 \cdot m$, wobei L das Lebensalter in Jahren und m das Körpergewicht in kg meint.

(1) Erläutere Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Formeln und berechne die größtmögliche Herzbelastung für einen 63-jährigen Mann mit 72 kg.

(2) Forme die beiden Formeln nach den Größen L und m um.

3 Bei der Abbildung durch eine Linse gilt für das Entstehen eines Bildes folgende Linsengleichung:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$ (f Brennweite, b Bildweite, g Gegenstandsweite)



a) Forme die Formel so um, dass du einen Ausdruck für die Brennweite f bzw. für die Bildweite b erhältst.

b) Gib eine Formel für die Gegenstandsweite g an und kreuze die dafür zutreffende Aussage an.

- ☐ Die Gegenstandsweite entspricht dem Quotienten aus der Differenz der Bild- und Brennweite und dem Produkt der Bild- und Brennweite.
- ☐ Die Gegenstandsweite entspricht dem Produkt aus der Differenz der Bild- und Brennweite und der Summe der Bild- und Brennweite.
- ☐ Die Gegenstandsweite entspricht der Summe aus der Differenz der Bild- und Brennweite und dem Produkt der Bild- und Brennweite.
- ☐ Die Gegenstandsweite entspricht der Differenz aus dem Produkt der Bild- und Brennweite und der Summe der Bild- und Brennweite.
- ☐ Die Gegenstandsweite entspricht dem Quotienten aus dem Produkt der Bild- und Brennweite und der Differenz der Bild- und Brennweite.
- ☐ Die Gegenstandsweite entspricht der Differenz aus der Summe der Bild- und Brennweite und dem Produkt der Bild- und Brennweite.

Kompetenzcheck Gleichungen

1 Bei linearen Gleichungen mit $G = \mathbb{R}$ und der Variablen x können unterschiedliche Lösungsfälle auftreten. Ordne jeder Gleichung den entsprechenden Lösungsfall zu.

$8x + 2 = 0{,}5 \cdot (16x + 4)$	
$a \cdot x = b \cdot x$ mit $a, b \neq 0$	
$10x - 4 = 20x + 55$	
$r \cdot x + 10 = r \cdot x + 20$ mit $r \neq 0$	

A	Es gibt zwei Lösungen.
B	Es gibt genau eine Lösung.
C	Es gibt keine Lösung.
D	Es gibt unendlich viele Lösungen.
E	Es gibt entweder unendlich viele Lösungen oder genau eine Lösung.

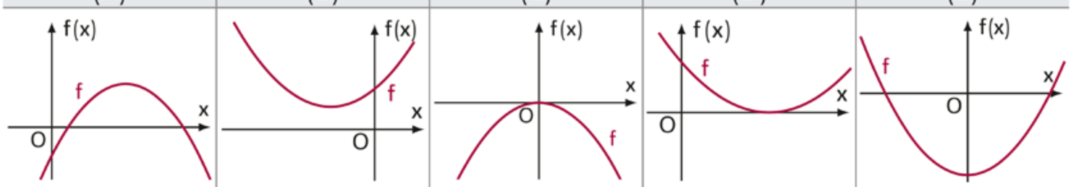
2 Sarah zahlt in ihrem Tennisclub pro Monat einen fixen Mitgliedsbeitrag m und pro Stunde Platzmiete einen bestimmten Betrag p. Der Platz kann nur für ganze Stunden gemietet werden. Die Gleichung $30 + 10 \cdot t = 130$ beschreibt einen Zusammenhang von monatlichem Mitgliedsbeitrag und Platzmiete für den Monat Juli.

(1) Deute die drei Zahlenwerte 30, 10, 130 und die Variable t dieser Gleichung in Hinblick auf Sarahs Kosten im Juli.
(2) Gib eine sinnvolle Definitionsmenge an und begründe deine Wahl.
(3) Löse die Gleichung und formuliere eine Aussage zur Bedeutung der Lösung.
(4) Verändere die rechte Seite der Gleichung so, dass sich für die gewählte Definitionsmenge eine leere Lösungsmenge ergibt.

3 Gib jeweils eine quadratische Gleichung der Form $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ mit $a \neq 0$ über der Grundmenge der reellen Zahlen an, die die angegebenen Lösungen hat.

a) Lösungen 3 und 5 b) Lösungen –7 und 7 c) Lösungen 0 und 2
d) nur die Lösung 1 e) keine Lösung f) Lösungen 1 und 6

4 Die folgenden Graphen stellen die geometrische Lösung quadratischer Gleichungen der Form $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ mit $a \neq 0$ mithilfe einer geeigneten Funktion f und ihrer Nullstellen dar. Welche Bedingung muss jeweils für die Diskriminante D gelten? Kreuze jeweils die zutreffende Aussage an.



(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
☐ $D > 0$	☐ $D > 0$	☐ $D > 0$	☐ $D > 0$	☐ $D > 0$
☐ $D = 0$	☐ $D = 0$	☐ $D = 0$	☐ $D = 0$	☐ $D = 0$
☐ $D < 0$	☐ $D < 0$	☐ $D < 0$	☐ $D < 0$	☐ $D < 0$

5 Für quadratische Gleichungen können unterschiedliche Lösungsmethoden angewendet werden. Ordne zu, welche Gleichung mit der gegebenen Lösungsmethode vorteilhaft gelöst werden kann. Jeder Gleichung ist eine Lösungsmethode zuzuordnen.

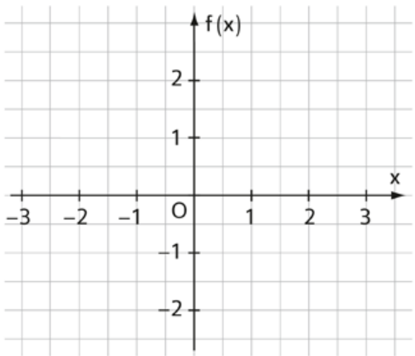
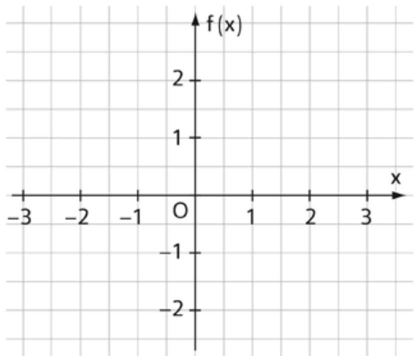
$x^2 = 25$	
$6x^2 + 5x = 0$	
$(x-4)^2 = 100$	
$2 \cdot (x-3) \cdot (x+8) = 0$	
$2x^2 - 4x - 6 = 0$	

A	Wurzelziehen und positive und negative Lösung berücksichtigen
B	Zwei Faktoren gleich null setzen
C	x herausheben und beide Faktoren gleich null setzen
D	Lösungsformel für quadratische Gleichungen anwenden

6 Löse die gegebenen quadratischen Gleichungen schrittweise über $G = \mathbb{R}$. Dokumentiere die notwendigen Umformungsschritte. Gib die Lösungsmenge an.

a) $x^2 + 7x = 8$ b) $4x^2 - 20x + 9 = 0$ c) $3x^2 + 30x = -75$
d) $x^2 - 4x + 29 = 0$ e) $x^2 + 10x = 0$ f) $2x^2 - 200 = 0$

7 Das Lösen einer quadratischen Gleichung über $G = \mathbb{R}$ kann mithilfe einer geeigneten Funktion f geometrisch gedeutet werden. Gib einen passenden Funktionsterm an. Skizziere den Graphen der Funktion und markiere die Lösungen der quadratischen Funktion.

	(A)	(B)
Gleichung	$x^2 - x - 2 = 0$	$x^2 - 2x + 1 = 0$
Lösung(en)	$x_1 = \square$, $x_2 = \square$	$x_1 = \square$, $x_2 = \square$
Funktionsterm	$f(x) = \square$	$f(x) = \square$
Graph der Funktion		
Geometrische Deutung		

8 Löse die Gleichung $2x^2 - 4tx + u = 0$ nach x. Welchen Zusammenhang müssen t und u erfüllen, damit die Gleichung a) zwei Lösungen, b) eine Lösung, c) keine Lösung hat?

9 Berechne den fehlenden Koeffizienten und die zweite Lösung der Gleichung $x^2 + px - 3 = 0$. $x_1 = -1{,}5$ ist eine Lösung der Gleichung.

10 Eine quadratische Gleichung hat zwei Lösungen: $x_1 = 0{,}5$ und $x_2 = -4$. Gib zwei quadratische Gleichungen an, die x_1 und x_2 als Lösung haben.

Typ-2-Aufgaben Gleichungen

1

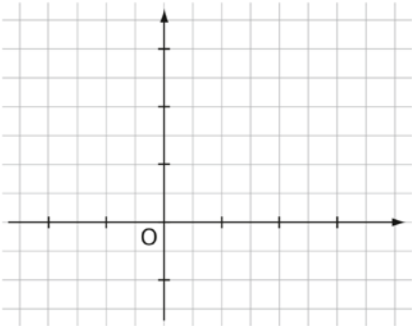
Umrechnung von Celsiusgraden in Fahrenheitgrade

Celsiusgrade (C) können mit der folgenden Formel in Fahrenheitgrade (F) umgerechnet werden:

$F = \frac{9}{5} \cdot C + 32$

a) Gibt es eine Temperatur, für die Celsiusgrade und Fahrenheitgrade den gleichen Zahlenwert haben? Wenn ja, ermittle den Wert. Wenn nein, begründe warum es keinen solchen Zahlenwert gibt.
Drücke C in der Formel aus.

b) Löse die Gleichung $0 = \frac{9}{5} \cdot C + 32$ und interpretiere die Lösung der Gleichung im gegebenen Kontext.
Fasse den Zusammenhang als Funktion F(C) auf und stelle den Graphen der Funktion im Koordinatensystem dar.
Welche Bedeutung hat die Lösung der Gleichung $0 = \frac{9}{5} \cdot C + 32$ geometrisch?



c) $F(C) = \frac{9}{5} \cdot C + 32$ stellt eine Funktion dar. Um welchen Funktionstyp handelt es sich?
Welche Bedeutung haben $\frac{9}{5}$ und 32 für diesen Funktionstyp?

2

Kinetische Energie

Körper, die in Bewegung sind, besitzen kinetische Energie. Die kinetische Energie kann mit der Formel

$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (Masse m in kg, Geschwindigkeit v in m/s)

berechnet werden. Sie wird in der Einheit Joule (J) angegeben.

a) Welche kinetische Energie besitzt eine Läuferin mit 50 kg, die mit 9 km/h unterwegs ist?
Mit welcher Geschwindigkeit müsste sie unterwegs sein, damit ihre kinetische Energie 400 J beträgt?

b) Welche Größe kann in der gegebenen Formel als Variable betrachtet werden,
(1) damit eine lineare Gleichung vorliegt,
(2) damit eine quadratische Gleichung vorliegt?

c) Welche der drei Größen E_{kin}, m und v stehen in direkt proportionalem Zusammenhang?
Zeige, dass dies allgemein für jedes Vielfache k gilt.

3

Progressiver Kostenverlauf

Bei der Produktion eines Produktes fallen Fixkosten an und variable Kosten, die von der Stückzahl abhängen. Wird der Zusammenhang zwischen produzierter Stückzahl und den Kosten betrachtet, kann es in besonderen Fällen dazu kommen, dass bei höherer Stückzahl die Kosten pro Stück ansteigen. Ein solcher Kostenverlauf wird progressiv genannt.

Dies kann z.B. der Fall sein, wenn das Personal wegen der höheren Produktionsleistung Überstunden leisten muss, um die zusätzlichen Stück herzustellen. Die Kosten für die Überstunden der Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter bei höherer Auslastung sind variable Kosten und erhöhen somit die Stückzahl.

Eine Firma kann im Normalbetrieb pro Woche 100 Stück eines Produktes herstellen.

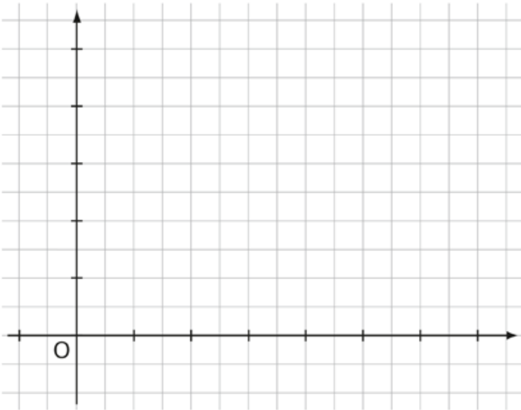
Die Tabelle zeigt die gesamten Kosten in Abhängigkeit von der Stückzahl.

Stückzahl x	Kosten K(x)
0	€ 10000
100	€ 40000
120	€ 53200
140	€ 68800

a) Belege mit geeigneten Zahlen, dass ein progressiver Kostenverlauf vorliegt, also die Kosten pro Stück steigen.
Begründe, warum die Kosten K(x) nicht durch eine lineare Funktion beschrieben werden können.

b) Die Kosten K(x) können durch eine quadratische Funktion des Typs $K(x) = a \cdot x^2 + b$ berechnet werden. Ermittle passend zu den gegebenen Werten in der Tabelle die Parameter a und b.
Gib eine geeignete Gleichung an, mit der berechnet werden kann, bei welcher Stückzahl die Kosten etwa 50000 € betragen, und löse sie. Interpretiere die Lösung(en) der Gleichung.

c) Zeichne die gegebenen Werte der Kostenfunktion in das Koordinatensystem ein, skizziere den Graphen von K(x) und trage alle notwendigen Beschriftungen ein. Die Funktion des Graphen ist vom Typ $K(x) = a \cdot x^2 + b$. Zeichne in der Grafik ein, wo der Parameter b abgelesen werden kann.
Begründe, warum die Gleichung $a \cdot x^2 + b = 0$ im gegebenen Zusammenhang keine Lösung besitzt.



Kompetenzcheck Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

1 Löse das lineare Gleichungssystem für $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Interpretiere das Ergebnis grafisch.

a) I: $2x + 3y = 5$
II: $y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$

b) I: $y = -\frac{3}{8}x$
II: $1{,}5x + 4y = 15$

c) I: $y = 2$
II: $y = -0{,}5x + 1{,}5$

2 Bestimme den Koeffizienten a bzw. b so, dass das Gleichungssystem keine Lösung hat.

a) I: $-x + 3y = 5$
II: $2x + b \cdot y = -7$

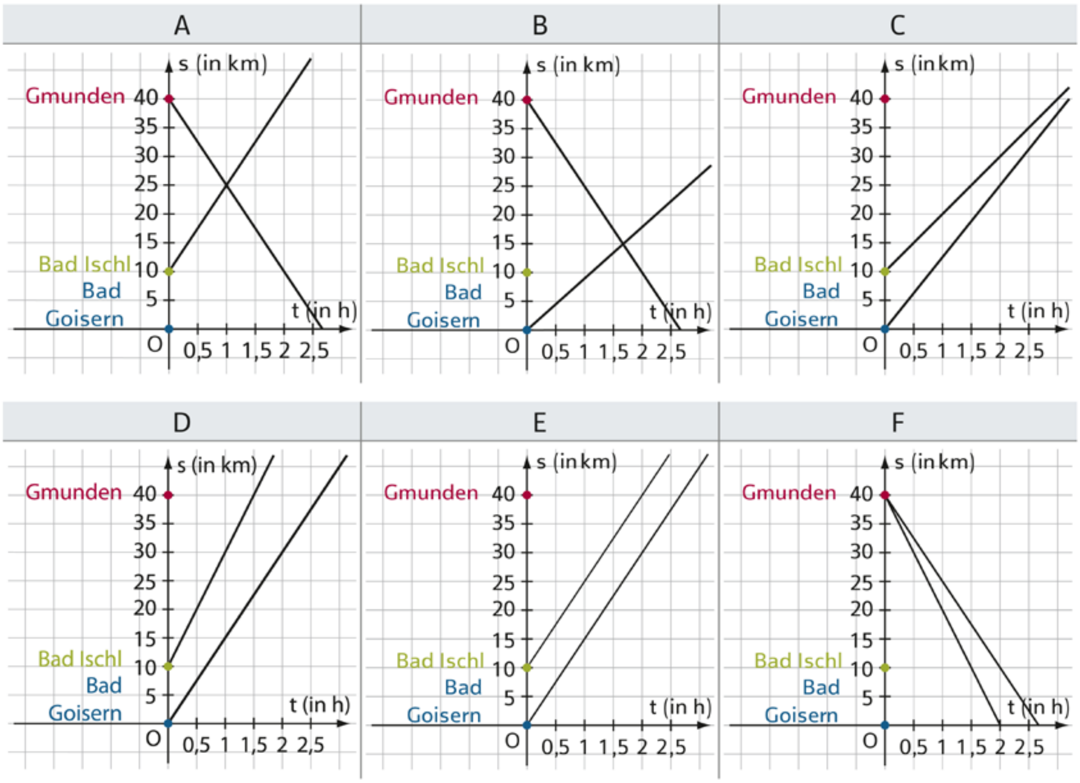
b) I: $2x + 5y = 14$
II: $a \cdot x - \frac{5}{2}y = 14$

c) I: $a \cdot x + 1{,}2y = 2$
II: $-1{,}5x - 6y = 3$

3 Gib alle Werte für c $(c \in \mathbb{R})$ an, sodass das lineare Gleichungssystem
(1) keine Lösung (2) genau eine Lösung (3) unendlich viele Lösungen hat.
I: $8x + 20y = c$ und II: $6x + 15y = 1$

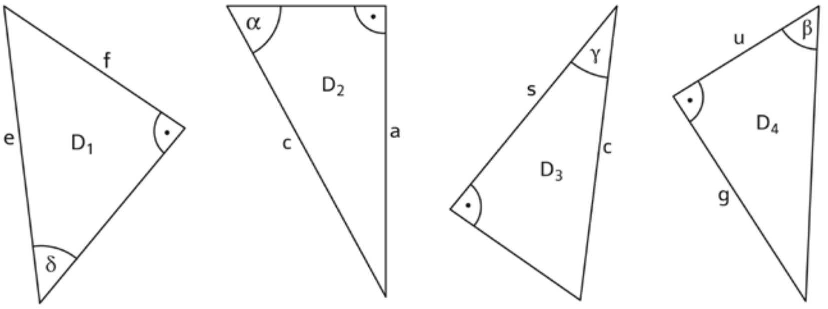
4 Welche Grafik passt zu welcher Aussage? Ordne zu.

	Grafik
Ein Radfahrer, der von Bad Goisern gestartet ist, kann einen in Bad Ischl losgefahrenen langsameren Radfahrer erst nach Gmunden einholen.	
Zwei Radfahrerinnen begegnen einander 15 km von Bad Goisern entfernt.	
Zwei Radfahrerinnen starten in unterschiedlichen Orten, fahren aber mit derselben Geschwindigkeit in dieselbe Richtung.	
Zwei Radfahrer starten zur selben Zeit am selben Abfahrtsort.	
Zwei Radfahrer fahren mit derselben Geschwindigkeit aufeinander zu.	
Zwei Radfahrer begegnen einander erst nach mehr als einer Stunde.	



Kompetenzcheck Trigonometrie

1 Vervollständige für die gezeigten rechtwinkligen Dreiecke die gegebenen Verhältnisse mit Sinus, Cosinus und Tangens so, dass eine wahre Aussage entsteht.



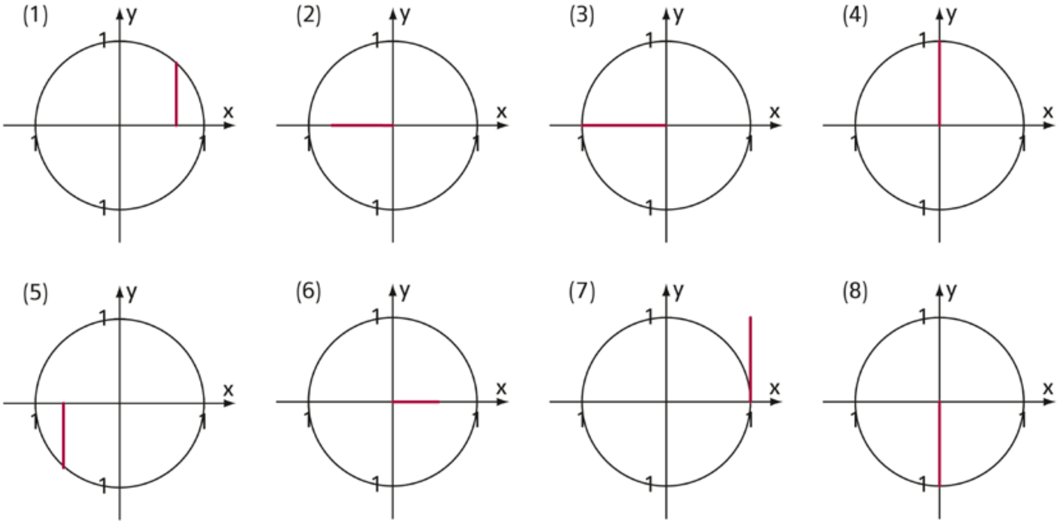
D_1: ___ $\delta = \frac{f}{e}$

D_2: ___ $\alpha = \frac{a}{c}$

D_3: ___ $\gamma = \frac{s}{c}$

D_4: ___ $\beta = \frac{g}{u}$

2 In den Einheitskreisen (1) bis (8) sind Sinus-, Cosinus- bzw. Tangenswerte für $0° \leq \varphi < 360°$ rot eingezeichnet.



a) Welche Winkelfunktion führt bei welchem Winkel auf den eingezeichneten Wert?
b) Ist der eingezeichnete Wert positiv oder negativ?
c) Zeichne bei (1) bis (8) alle Winkel im Einheitskreis ein, die auf den gleichen Sinus-, Cosinus- bzw. Tangenswert führen. Gib an, wie viele solche Winkel es gibt und begründe.

3 Eine Straße hat eine Länge von a (in Meter) und steigt annähernd gleichmäßig mit einem Winkel α an. Was beschreibt der Term (1) $a \cdot \sin\alpha$, (2) $a \cdot \cos\alpha$, (3) $\tan\alpha$ im Kontext?

4 Die Zahnradbahn von Puchberg auf den Hochschneeberg ist mit 9,7 km die längste Zahnradbahn Österreichs und hat mit dem auf 1792 Höhenmetern gelegenen Endbahnhof Hochschneeberg den höchst gelegenen Bahnhof Österreichs.
Die Haltestelle Hengsttal liegt auf 613 m Seehöhe. Die Streckenlänge von Puchberg bis Hengsttal beträgt 1,098 km. Die nächste Haltestelle Hauslitzsattel liegt auf 824 m Seehöhe. Von Puchberg weg legt die Bahn 3,040 km bis zum Hauslitzsattel zurück.
Berechne für den Abschnitt Hengsttal-Hauslitzsattel die durchschnittliche Steigung in Prozent und den durchschnittlichen Steigungswinkel der Bahn.

Typ-2-Aufgaben Trigonometrie

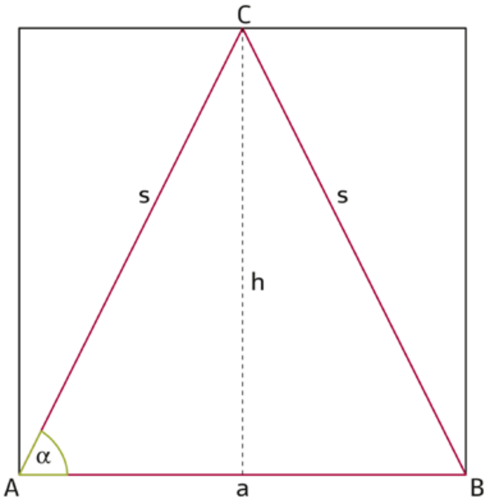
1

Dreiecke im Quadrat

In der Abbildung siehst du ein gleichschenkliges Dreieck, das in ein Quadrat eingeschrieben wurde.

a) Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

- ☐ $\tan\alpha = \frac{1}{2}$
- ☐ $2 \cdot s = \frac{a}{\sin\alpha}$
- ☐ Das eingeschriebene Dreieck nimmt 50 % der Quadratfläche ein.
- ☐ $s = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$
- ☐ $2 \cdot s = \frac{a}{\cos\alpha}$



b) Verschiebe den Punkt C auf der Höhenlinie h so, dass das entstehende Dreieck ABC' gleichseitig ist. Gib mithilfe der Trigonometrie eine Formel an, wie h' berechnet werden kann. Zeige, dass diese Formel mit der Formel für die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ übereinstimmt.

c) Gib an, wie viel Prozent der Quadratfläche das Dreieck ABC' einnimmt und um wie viel Prozent sich der Umfang des Dreiecks ABC' gegenüber dem Umfang des ursprünglichen Dreiecks ABC verringert hat.

2

Vermessungsaufgabe

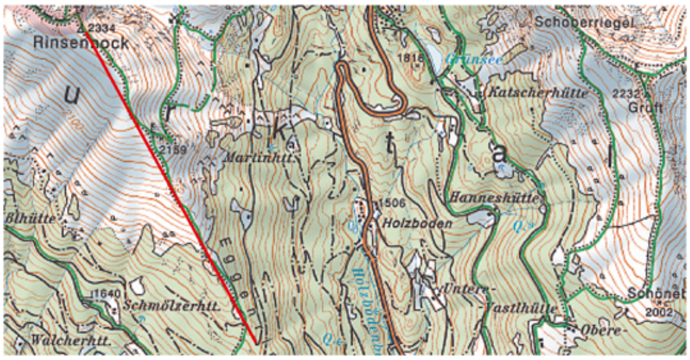
a) Die Spitze eines Turmes mit der Höhe h wird von einem Messpunkt aus unter dem Höhenwinkel α gesehen. Die waagrechte Entfernung des Messpunktes zum Fußpunkt des Turmes beträgt a.
Zeichne eine Skizze und beschrifte darin die genannten Größen. Gib an, wie die Höhe h, der Höhenwinkel α und die waagrechte Entfernung a berechnet werden können.

b) Die Spitze eines h Meter hohen Turmes soll mit der Spitze eines um x Meter niedrigeren Turmes mit einem Drahtseil verbunden werden. Die beiden Türme stehen in einer Ebene und a Meter von einander entfernt.
Zeichne eine Skizze und beschrifte darin die genannten Größen. Gib an, wie die Länge des Drahtseils und die Winkel, die das Drahtseil mit den Türmen einschließt, berechnet werden können.

3

Steigung

In den Kärntner Nockbergen plant eine Läufergruppe einen Berglauf, der sie auf das Rinsennock führen soll. Der letzte Teil der Strecke verläuft ziemlich geradlinig auf einem Bergrücken zum Gipfel. Auf 1810 m Seehöhe beginnt der Anstieg am Grat. Das Rinsennock liegt auf 2334 m Seehöhe. Die Messung auf der Karte ergibt eine horizontale Entfernung von 2 km 470 m.



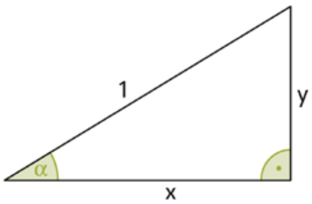
a) Wie lang ist die Strecke entlang des Bergrückens mindestens? Unter welchem Winkel steigt der Weg durchschnittlich an?
Fertige eine Skizze mit den gegebenen und gesuchten Größen an.
Ermittle die mittlere Steigung der Strecke in Prozent.

b) Gib an, wie die Steigung k einer linearen Funktion $f(x)$ mit $f(x) = k \cdot x + d$ und der Steigungswinkel α zusammenhängen. Verdeutliche den Zusammenhang durch eine Skizze.

4

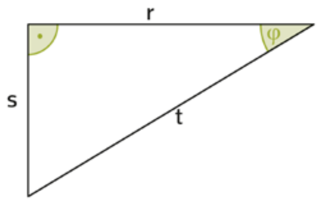
Zusammenhänge in rechtwinkligen Dreiecken

a) Gib an, wie Sinus und Cosinus eines Winkels in einem rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenusenlänge 1 definiert sind.

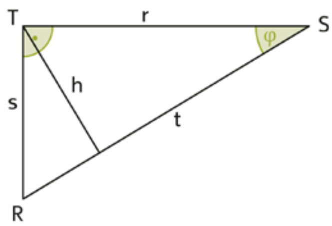


Begründe, warum der Zusammenhang $(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$ gilt.
Ermittle rechnerisch jenen Winkel α mit $0° \le \alpha < 90°$, für den sin α und cos α den gleichen Wert ergeben. Für welchen weiteren Winkel α mit $0° \le \alpha < 360°$ gilt dies ebenfalls? Begründe.

b) Drücke $\sin\varphi$, $\cos\varphi$ und $\tan\varphi$ für ein beliebiges rechtwinkliges Dreieck mit den in der Skizze gegebenen Bezeichnungen aus.
Zeige, dass der Zusammenhang $\tan\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$ gilt.

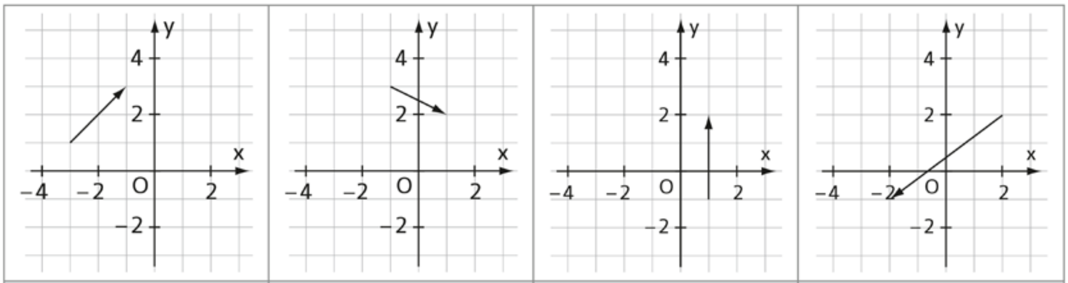


c) Gib eine Formel für die Höhe h im rechtwinkligen Dreieck RST unter Verwendung des Winkels φ an. Drücke den Flächeninhalt A des rechtwinkligen Dreiecks RST in Abhängigkeit von φ aus.



Kompetenzcheck Vektorrechnung und analytische Geometrie

1 Ordne den abgebildeten Vektoren die passende Koordinatendarstellung zu.



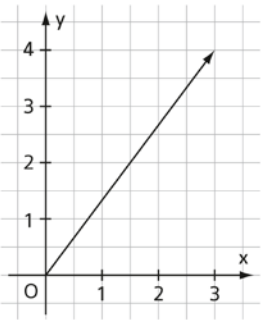
A	B	C	D
$\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

2 Kreuze die richtigen Aussagen an.

- ☐ Ein Geschwindigkeitsvektor fasst die Informationen über die Geschwindigkeit und die Richtung einer Bewegung zusammen.
- ☐ Punkte des Koordinatensystems müssen immer in Zeilenform angeschrieben werden.
- ☐ Ein Vektor bezeichnet die Menge aller Pfeile der Zeichenebene, die gleich lang, parallel und gleich orientiert sind.
- ☐ Der Betrag eines Geschwindigkeitsvektors gibt Auskunft über die Richtung der Bewegung.
- ☐ Vektoren können mehr als zwei Komponenten haben.

3 Verschiebe den Punkt $A(-1|3)$ um die Summe der Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ mit $\vec{v} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ermittle das Ergebnis grafisch und rechnerisch.

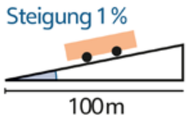
4 Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.



a) Der abgebildete Vektor $\vec{v}$ beschreibt näherungsweise die konstante Geschwindigkeit eines Ballons (in m/s) beim Steigen.

- ☐ Der Vektor $\vec{v}$ beschreibt neben der Geschwindigkeit des Ballons beim Steigen auch den pro Sekunde zurückgelegten Weg.
- ☐ Die Richtung, in der sich der Ballon bewegt, wird durch den Vektor $\vec{v} = (3|4)$ beschrieben.
- ☐ Der Betrag des Vektors $\vec{v}$ beschreibt die Streckenlänge der Ballonfahrt während der ersten beiden Sekunden.
- ☐ Die Geschwindigkeit des Ballons beträgt 5 m/s.
- ☐ Der Ballon steigt in einem Winkel von rund 53,1°.

b) Auf einer Straße mit einer Steigung von 1% wird ein Wagen über eine horizontale Entfernung von 100 Metern gezogen. Dabei wird die Kraft in Richtung der ansteigenden Straße ausgeübt.‘



- ☐ Der Vektor $\vec{F} = \begin{pmatrix} 1 \\ 100 \end{pmatrix}$ beschreibt die Richtung, in die der Kraftvektor für das Ziehen des Wagens zeigt.
- ☐ Die Straße hat einen Steigungswinkel von rund 0,6°.
- ☐ Die Größe der Kraft zum Ziehen des Wagens ist aus der Richtung der Kraft nicht allein ersichtlich.
- ☐ Der Vektor $\vec{F} = \begin{pmatrix} 100 \\ 1 \end{pmatrix}$ beschreibt die Richtung, in die der Kraftvektor für das Ziehen des Wagens zeigt.
- ☐ Die Straße hat einen Steigungswinkel von 10°.

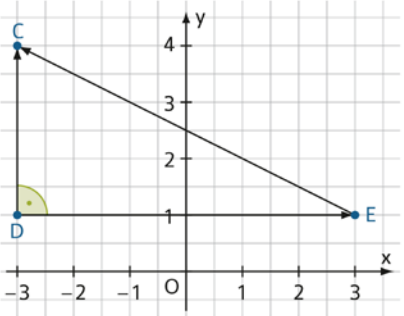
5 Vervollständige die Lücken so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht.
Wird ein Vektor $\vec{a}$ mit einem Skalar ____❶____ multipliziert, so ____❷____ $\vec{a}$.

❶	
$k < 0$	☐
$k < -1$	☐
$0 < k < 1$	☐

❷	
hat $k \cdot \vec{a}$ die gleiche Orientierung wie	☐
steht $k \cdot \vec{a}$ normal auf	☐
ist $k \cdot \vec{a}$ länger als	☐

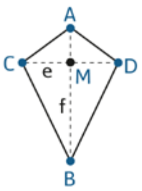
6 Welche der folgenden Aussagen treffen auf das abgebildete rechtwinklige Dreieck zu? Kreuze an.

- ☐ $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DC} = 0$
- ☐ $\left|\overrightarrow{DE}\right| = 6$
- ☐ $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{DE}$
- ☐ $\overrightarrow{EC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$
- ☐ $\left|\overrightarrow{EC}\right| = \left|\overrightarrow{DC}\right| + \left|\overrightarrow{DE}\right|$



7 A, B, C und D sind die Eckpunkte des abgebildeten Deltoids, M ist der Schnittpunkt der Diagonalen e und f. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

- ☐ $\left|\overrightarrow{AM}\right| = \left|\overrightarrow{MD}\right| + \left|\overrightarrow{MA}\right|$
- ☐ $M = \frac{A + B}{2}$
- ☐ $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$
- ☐ $D = M + 2 \cdot \overrightarrow{CM}$
- ☐ $D = C + 2 \cdot \overrightarrow{CM}$



8 Für ein Lauftraining halten zwei Schülerinnen die Längen ihrer einzelnen Laufstrecken (in km) in den Vektoren $\vec{s_1} = \begin{pmatrix} 22 \\ 17{,}5 \end{pmatrix}$ und $\vec{s_2} = \begin{pmatrix} 15{,}8 \\ 21{,}3 \end{pmatrix}$ fest. Der Vektor $\vec{e}$ enthält nur Einser: $\vec{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Gib an, welche Bedeutung der Term $\frac{1}{2} \cdot \left(\left(\vec{s}_1 + \vec{s_2} \right) \cdot \vec{e} \right)$ im Zusammenhang mit dem Lauftraining hat.

9 Berechne den Einheitsvektor von $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

10 Gib an, welchen Wert das Skalarprodukt zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ annimmt, wenn diese beiden Vektoren normal aufeinander stehen.

11 Vervollständige die Lücken so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht.

Der Vektor $\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ ist ______❶______, weil __________❷__________.

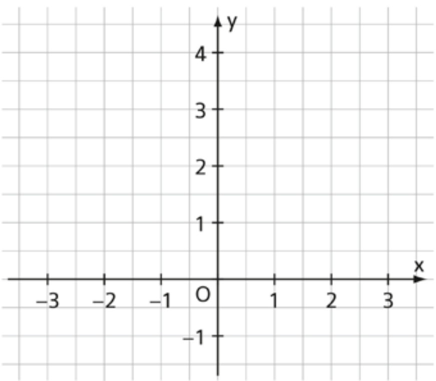
❶	
zu $\begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix}$ parallel	☐
ein Vielfaches von $\begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix}$	☐
zu $\begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix}$ normal	☐

❷	
$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix} = 0$	☐
$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} -a_y \\ -a_x \end{pmatrix}$	☐
$\left\lvert \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \right\rvert = \left\lvert \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix} \right\rvert$	☐

12 Zwei Wanderer A und B gehen auf annähernd geradlinigen Wegen mit gleichmäßiger Geschwindigkeit. Beide starten um 8 Uhr Früh. A beginnt im Punkt $P(10|14)$ und ist nach einer Stunde in $Q(7|10)$. B startet in $C(-5|10)$ und ist um 9 Uhr im Punkt $D(-2|6)$. Die Komponenten sind in km gegeben.

a) Mit welcher Geschwindigkeit gehen die beiden?
b) Berechne den Schnittpunkt der beiden geradlinigen Wege.
c) Treffen die beiden einander in diesem Schnittpunkt?

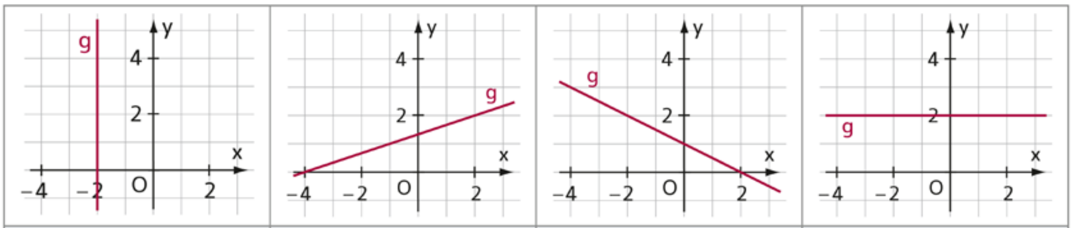
13 Zeichne die Gerade $g: X = (-1|3) + t \cdot (2|-1)$ im vorgegebenen Koordinatensystem ein und gib die Gleichung von g in Normalvektorform an.
Zeichne eine dazu parallele Gerade h ein, die durch den Punkt $(0|0)$ geht und gib die explizite Form an.



14 Überprüfe rechnerisch, ob der Punkt $P(4|-1)$ auf der Geraden $a: x - 3y = 6$ bzw. auf der Geraden $b: X = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ liegt.

15 Gegeben ist die Gerade $m: X = (0|3) + t \cdot (4|1)$.
Verändere einen Vektor in der Geradengleichung so, dass du
(1) eine zu m parallele Gerade p, aber keine identische Gerade erhältst,
(2) eine zu m normale Gerade n, die durch den Punkt $(1|1)$ geht, erhältst bzw.
(3) eine Gerade s erhältst, die die Gerade m im Punkt $(0|3)$ schneidet, aber nicht normal auf m steht.

16 Ordne den dargestellten Geraden die zutreffende Geradengleichung zu.



A	B	C	D	E	F
$y = -0{,}5x + 1$	$x - 3y = -1{,}2$	$\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix} \cdot X = -4$	$g\colon X = \begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$	$y = -2$	$g\colon \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \cdot X = 2$

17 Gegeben ist die Gerade g. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

a) $g\colon 4x - 3y = -5$

☐ $(4|3)$ ist ein Normalvektor der Geraden g.
☐ $(-3|-4)$ ist ein Richtungsvektor der Geraden g.
☐ $(4|-3)$ ist ein Richtungsvektor der Geraden g.
☐ $(-2|-1)$ ist ein Punkt der Geraden g.
☐ $(4|-3)$ ist ein Normalvektor der Geraden g.

b) $g\colon X = (2|2) + t \cdot (4|-1)$

☐ $(4|-1)$ ist ein Punkt der Geraden g.
☐ $(4|-1)$ ist ein Richtungsvektor der Geraden g.
☐ $(8|-2)$ ist ein Richtungsvektor der Geraden g.
☐ $(-2|3)$ ist ein Punkt der Geraden g.
☐ $k = -\frac{1}{4}$ beschreibt die Steigung der Geraden g.

18 Gegeben sind zwei Geradengleichungen:

$g_1\colon X = \begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ und $g_2\colon X = \begin{pmatrix}13\\k\end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}$.

(1) Können sich die beiden Geraden g_1 und g_2 schneiden? Begründe deine Antwort! Wenn ja, bestimme die fehlende Koordinate k so, dass die Geraden einander schneiden!

(2) Kann es sich bei den beiden Geraden um identische Geraden handeln? Begründe deine Antwort! Wenn ja, bestimme die fehlende Koordinate k so, dass die Geraden identisch sind.

(3) Kann es sich bei den beiden Geraden um parallele Geraden handeln? Begründe deine Antwort! Wenn ja, bestimme die fehlende Koordinate k so, dass die Geraden parallel, aber nicht identisch sind.

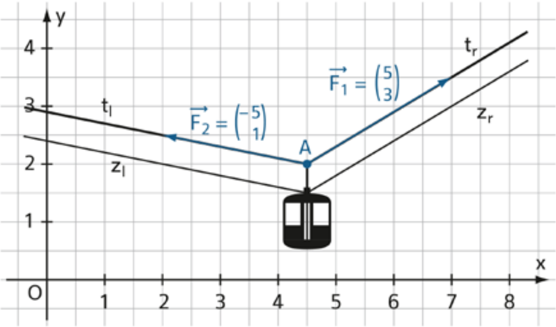
19 Ermittle den Schnittpunkt der Geraden $g\colon X = (-5|0) + \vec{u} \cdot (6|1)$ und $h\colon X = (1|5) + \vec{v} \cdot (2|-1)$.

20 Ein Dreieck hat die Eckpunkte $A(1|-1)$, $B(6|3)$ und $C(-3|1)$. Ermittle die Gleichung der Trägergeraden,

(1) auf der die Höhe der Seite c liegt,
(2) auf der die Schwerlinie der Seite b liegt,
(3) auf der die Seitensymmetrale der Seite b liegt.

Typ-2-Aufgaben Vektorrechnung und analytische Geometrie

1 **Seilbahn**



Die Abbildung zeigt modellhaft die Verhältnisse bei einer Seilbahn. Die Gondel hängt dabei auf einem Tragseil t, das Zugseil z verläuft darunter. Auf das obere Tragseil wirken die Kräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$, die durch das Gewicht der Gondel verursacht werden.

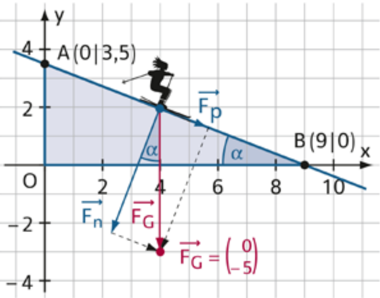
a) Die beiden Kräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ lassen sich durch eine am selben Punkt angreifende Kraft $\vec{F}$ ersetzen. Diese resultierende Kraft ist die Summe der Kräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ und übt allein dieselbe Wirkung aus wie $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ zusammen. Zeige rechnerisch und grafisch, dass die resultierende Kraft $\vec{F}$ in senkrechter Richtung wirkt.

b) Stelle eine Geradengleichung in Parameterform auf, die die Lage des unteren rechten Zugseils z_r beschreibt.

c) Liegt der Punkt $P(10|4)$ auf der Geraden für das obere rechte Tragseil t_r? Begründe deine Antwort.

d) Berechne den Abstand des rechten Tragseils t_r zum rechten Zugseil z_r.

2 **Talfahrt**



Ein Schifahrer fährt auf einem gleichmäßig abfallenden Hang ins Tal. Sein Gewicht von 500 N wirkt senkrecht nach unten (in der Abbildung wird die Kraft in Einheiten von 100 N angegeben). Entnimm der Abbildung alle notwendigen Größen.

a) Stelle eine Gleichung der Geraden, die den Verlauf des Hanges beschreibt, in Parameterform auf. Welchen Steigungswinkel α weist dieser Hang auf?

b) Berechne die parallel zum Hang wirkende Kraft $\vec{F_p}$. Gib einen Einheitsvektor an, der normal auf den abfallenden Hang steht.

c) Der Vektor $\vec{v} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$ beschreibt die Bewegung eines Rennläufers pro Sekunde auf diesem Hang (in Meter). Welche Distanz (in Meter) legt der Rennläufer pro Sekunde zurück? Wie groß ist seine Geschwindigkeit in $\frac{km}{h}$?
Welche Bedeutung hat in diesem Zusammenhang der Vektor $3 \cdot \vec{v}$?
Wie verändern sich Geschwindigkeit und Hangneigung, wenn die Bewegung pro Sekunde anschließend durch den Vektor $\vec{v_2} = \binom{18}{-8}$ beschrieben wird? Begründe.

3

Verkaufszahlen

Am Schafflerhof in Tirol, einer Werkstatt für junge Menschen mit Behinderungen, werden fünf verschiedene kunsthandwerkliche Produkte hergestellt. Die Tabelle stellt die Verkaufszahlen in den Monaten Oktober bis Dezember eines Jahres dar.





	Verkaufte Stück		
	Oktober	November	Dezember
Holzschneidebretter	8	18	40
Schafwollpölster	5	10	15
Kräuterkissen	7	12	30
Schafwollkränze	4	3	10
Gestecke	0	55	10

Die verkauften Stück pro Produkt in einem bestimmten Monat können in einem Spaltenvektor dargestellt werden. Zwei Produkte werden herausgegriffen: Schafwollpölster und Kräuterkissen.

Vektor $\vec{a}$ gibt die Verkaufszahlen für die beiden Produkte im Oktober an, Vektor $\vec{b}$ die Verkaufszahlen im November und $\vec{c}$ die Verkaufszahlen im Dezember.

a) Ermittle $\vec{g} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. Welche Bedeutung hat das Ergebnis?
Berechne $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{g}$. Was wird damit im vorliegenden Zusammenhang berechnet?

b) Für Jänner ergibt sich folgender Zusammenhang: $\vec{d} = 2 \cdot \vec{a}$. Was bedeutet dies für die Verkaufszahlen im Jänner?

c) Bestimme den Vektor $\vec{z} = \frac{1}{3} \cdot (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. Interpretiere das Ergebnis im Kontext.

4

Lagebeziehungen von Geraden

Zwei Geraden im $\mathbb{R}^2$ sind entweder schneidend oder parallel oder identisch.

Gegeben sind die Gerade $g\colon X = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und der Punkt $A(2|4)$.

a) Zeige rechnerisch, dass A nicht auf der Geraden g liegt. Stelle die Gerade g und den Punkt A in einem Koordinatensystem dar.

b) Gib eine Gleichung der Geraden p an, die durch A geht und zu g parallel (aber nicht identisch) ist.
Begründe, warum es keine Gerade gibt, die durch A geht und mit g identisch ist.

c) Gib eine Gleichung einer Geraden s an, die durch A geht und die Gerade g schneidet. Begründe deine Vorgangsweise.

d) Gib eine Gleichung der Geraden n an, die durch A geht und normal auf g steht. Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes.
Wie kann rechnerisch überprüft werden, ob zwei Vektoren normal zueinander sind?

Kompetenzcheck Potenzen

1 Ordne den Termen der ersten Zeile den jeweils richtigen Term der zweiten Zeile zu.

$3a^6 - 2a^6 - b + a^0 \cdot b$	$(a^2)^3 \cdot (b^3)^{-3}$	$\frac{a^6 \cdot b^3}{a \cdot b^3}$	$\sqrt[2]{a^{10}} \cdot \sqrt[3]{b^3}$

A	B	C	D	E	F
$a^6 - 2b$	$a^5 \cdot b^0$	$a^5 \cdot b$	$a^8 \cdot b^0$	$a^6 \cdot b^{-9}$	a^6

2 Regeln für das Rechnen mit Potenzen mit einer positiven reellen Zahl als Basis können für beliebige reelle Exponenten allgemein formuliert werden. Vervollständige den Lückentext so, dass er mathematisch korrekt ist.

Zwei Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem ________❶________ potenziert wird.

Zwei Potenzen mit unterschiedlicher Basis und gleichem Exponenten werden dividiert, indem ________❷________ potenziert wird.

❶	
die doppelte Basis mit der Summe der Exponenten	☐
die gemeinsame Basis mit der Summe der Exponenten	☐
die gemeinsame Basis mit dem Produkt der Exponenten	☐

❷	
der Quotient der Basen mit dem gemeinsamen Exponenten	☐
die Differenz der Basen mit dem gemeinsamen Exponenten	☐
der Quotient der Basen mit dem doppelten Exponenten	☐

Eine Potenz wird potenziert, indem die Basis ________❸________ der Exponenten potenziert wird.

Für jede reelle Zahl a ungleich 0 gilt $a^0 = 1$, weil ________❹________ gilt.

❸	
mit der Summe	☐
mit dem Produkt	☐
mit der Potenz	☐

❹	
$a^r - a^r = 0$ und $a^r : a^r = 1$	☐
$\frac{a^r}{a^{-r}} = a^{r-r} = a^0$ und andererseits $\frac{a^r}{a^{-r}} = a^{-r} : a^r = 1$	☐
$\frac{a^r}{a^r} = a^{r-r} = a^0$ und andererseits $\frac{a^r}{a^r} = a^r : a^r = 1$	☐

3 Forme den gegebenen Term mit $a \in \mathbb{R}^+$ und $r \in \mathbb{R}$ um.
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

$a^r + 3a^r = 4a^{2r}$	☐	$a^r \cdot 3a^r = 3a^{2r}$	☐	$a^4 : a^5 = a$	☐	$a^{-r} = \frac{1}{a^r}$	☐	$(a^{-2})^2 = a^0$	☐

4 $\sqrt[3]{16}$ kann auch anders dargestellt werden. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

$16^{\frac{1}{3}}$	☐	$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$	☐	$2\sqrt[3]{2}$	☐	$\frac{1}{16^3}$	☐	$4^{\frac{2}{3}}$	☐

Kompetenzcheck Ungleichungen und Gleichungen

1 Ordne den Ungleichungen über $\mathbb{R}$ die entsprechende Lösungsmenge zu.

$25 - 2x \geq 15$	$x^2 + 25 < 0$	$2x - 4 > 2x - 5$	$5 - x < 10 < 15 - x$

A	B	C	D	E	F
$L = \{\}$	$L = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$	$(-\infty; 5]$	$]-5; \infty[$	$]-5; 5[$	$L = \mathbb{R}$

2 Vervollständige den Satz so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht.
Wird eine Ungleichung ________ ❶ ________, so werden beide Seiten der Ungleichung ________ ❷ ________.

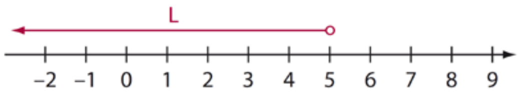
❶	
mit einer positiven reellen Zahl multipliziert	☐
mit einer negativen reellen Zahl multipliziert	☐
durch eine reelle Zahl dividiert	☐

❷	
mit der Zahl multipliziert und das Ungleichheitszeichen umgekehrt	☐
stets durch die Zahl dividiert und das Ungleichheitszeichen umgekehrt	☐
stets durch die Zahl dividiert und das Ungleichheitszeichen nicht verändert	☐

3 Bei einer großen Familienfeier sind e Erwachsene und etwas weniger Kinder (k) eingeladen. Für das Buffet wird ein Catering in Anspruch genommen, das € 15 pro Person und € 200 an Fixkosten verrechnet. Der Gastgeber kommt mit einem Betrag von € 1000 aus.
Kreuze jene Aussage(n) an, die in jedem Fall zutrifft/zutreffen.

$k - e \neq 0$	☐
$15 \cdot (e + k) < 1000$	☐
$1000 < 15 \cdot (e + k) + 200$	☐
$15e + 15k \leq 800$	☐
$160 \geq 3e + 3k$	☐

4 Kreuze die beiden Ungleichungen an, deren Lösungsmenge der grafischen Darstellung entspricht.



$3x < 5 + 2x$	$G = \mathbb{Z}$	☐
$(5 + 2x) : 3 \geq x$	$G = \mathbb{R}$	☐
$4 \cdot 2x - 1 > 2 \cdot (23 - x)$	$G = \mathbb{R}$	☐
$3x + 7 < 2(6 + x)$	$G = \mathbb{R}$	☐
$4x > 5 \cdot (x - 1)$	$G = \mathbb{R}$	☐

5 Löse die Ungleichung in $\mathbb{R}$ nach der Variablen x und gib die Lösungsmenge an.
$a \cdot x - 10 \geq 0 \quad$ mit $a < 0$

Kompetenzcheck Logarithmen und logarithmische Funktionen

1 Ordne den gegebenen Gleichungen die Gleichung in der Form $a^x = b$ richtig zu.

$x = {}^{10}\log 25$	$x = \log_3 27$	$x = {}^{2}\log 16$	$x = \log_4 64$

A	B	C	D	E	F
$27^x = 3$	$3^x = 27$	$2^x = 16$	$10^x = 25$	$4^x = 64$	$64^x = 4$

2 Ordne den gegebenen Logarithmen den richtigen Wert zu.

$\ln e$	$\lg 1000$	$\log_{10} 100$	$\ln 1$

A	B	C	D	E	F
3	1	10	e	2	0

3 Ordne den Gleichungen die richtige Basis a zu.

${}^{a}\log 125 = 3$	${}^{a}\log 1024 = 5$	${}^{a}\log 128 = 7$	${}^{a}\log 27 = 3$

A	B	C	D	E	F
7	2	3	4	5	6

4 Welche der fünf Gleichungen haben die Lösung 0,5? Kreuze an.

☐	☐	☐	☐	☐
$5^x = 25$	$9^x = 3$	$2^x = 4$	$e^x = \frac{1}{2}$	$16^x = 4$

5 Welche beiden Ausdrücke geben die Verdoppelungszeit τ für einen Wachstumsprozess der Form $N(t) = N_0 \cdot a^t$ richtig an? Kreuze an.

☐	☐	☐	☐	☐
$\tau = \frac{\ln 2}{\lg a}$	$\tau = \frac{\lg 2}{\lg a}$	$\tau = -\frac{\ln 2}{\lambda}$	$\tau = \frac{\ln 2}{\ln a}$	$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda}$

6 Ordne den gegebenen Logarithmusgleichungen die richtige Lösung zu.

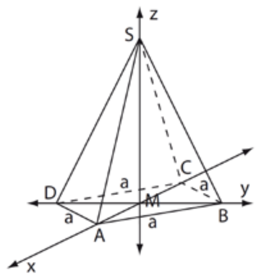
$\ln x = \frac{1}{2}$	$\lg x = 2$	$\ln x = 1$	$\lg x = \frac{1}{2}$

A	B	C	D	E	F
$\sqrt{10}$	10	$\sqrt{e}$	e	e^2	100

Kompetenzcheck Analytische Geometrie des Raumes

1 Gegeben ist eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

☐	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$
☐	$\lvert\overrightarrow{AS}\rvert - \lvert\overrightarrow{AM}\rvert = \lvert\overrightarrow{MS}\rvert$
☐	$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{AS}$
☐	$\lvert\overrightarrow{AS}\rvert^2 - \lvert\overrightarrow{AM}\rvert^2 = \lvert\overrightarrow{MS}\rvert^2$
☐	$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$



2 Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -10 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$. Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an. Begründe deine Entscheidung mithilfe einer Rechnung.

☐ $\vec{a} \perp \vec{c}$ ☐ $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ☐ $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ☐ $\vec{b} \perp \vec{c}$ ☐ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ☐ $\vec{a} \parallel \vec{c}$

3 Ordne den Geradengleichungen der linken Spalte die jeweils passende Aussage der rechten Seite zu. Begründe deine Entscheidung.

g: X = (1|0|2) + t·(–1|3|5)	
g: X = (2|2|3) + t·(0|0|–1)	
g: X = (7|4|11) + t·(1|1|–2)	
g: X = (5|0|2) + t·(5|0|2)	

A	Die Gerade g geht durch den Ursprung.
B	Die Gerade g ist parallel zu h: X = s·(0|0|3).
C	Die Gerade g schneidet die Gerade h: X = s·(3|1|2) im rechten Winkel.
D	Die Gerade g geht durch P(3|–6|–9) und Q(–1|6|–12).
E	Die Gerade g ist parallel zu h: X = s·(0,2|–0,6|–1).
F	Die Gerade g schneidet die Gerade h: X = (7|4|11) + s·(1|1|1) im rechten Winkel.

4 Gegeben sind die Geraden g: X = (3|–2|5) + t·(2|–3|4) und h: X = (5|5|1) + s·(3|6|3). Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

g und h sind nicht parallel, weil der Richtungsvektor von g kein Vielfaches des Richtungsvektors von h ist.	☐
g und h sind zueinander windschief, denn sie sind nicht parallel und sie haben keinen Schnittpunkt.	☐
g und h schneiden einander und der Schnittpunkt ist (5|–5|9).	☐
g und h schneiden einander im rechten Winkel, da das Skalarprodukt der beiden Richtungsvektoren null ergibt.	☐
g und h schneiden einander im rechten Winkel. Der Schnittpunkt ist (2,14|–0,71|–1,86).	☐

Typ-2-Aufgaben Analytische Geometrie des Raumes

1 Gegeben sind die Punkte A (3 | 1 | −1), B (0 | 2 | 1) und C (0 | 3 | 0) des Dreiecks ABC.

Die Gerade $g: X = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 2 \\ -0{,}5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ beschreibt die Seitensymmetrale der Seite AC im Dreieck ABC.

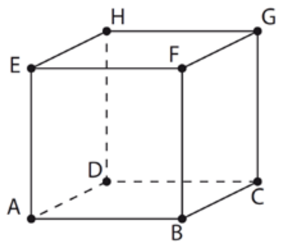
a) Begründe, warum der Mittelpunkt M_1 der Strecke AB die Koordinaten (1,5 | 1,5 | 0) hat. Gib die Koordinaten des Mittelpunktes M_2 der Strecke BC an.

b) Zeige rechnerisch, dass $A \notin g$. Gib die Geradengleichung einer Geraden h an, die durch A geht und parallel zu g ist.

c) Welche der folgenden Eigenschaften treffen auf die Gerade g zu? Kreuze an. Begründe deine Auswahl.

Jeder Punkt der Geraden g ist vom Punkt A gleich weit entfernt wie vom Punkt C.	☐
$\begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 2 \\ -0{,}5 \end{pmatrix} = A - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AC}$	☐
Das Skalarprodukt der Vektoren (1 | 4 | −5) und $\overrightarrow{AC}$ ist null.	☐
Jeder Punkt der Geraden g ist vom Punkt B gleich weit entfernt wie vom Punkt C.	☐
(1,5 | 2 | −0,5) ist der Mittelpunkt der Strecke CA.	☐

2 Gegeben sind Eckpunkte eines Würfels A (0 | 0 | 0), B (5 | 0 | 0), D (0 | 5 | 0), G (5 | 5 | 5).



a) Gib die Koordinaten der Eckpunkte C, E, F und H an.

b) Gib eine Gleichung der Geraden g an, die durch die Punkte D und G geht. Begründe, warum die Gerade g zur Geraden $h: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ parallel sein muss.

c) Berechne die Länge der Raumdiagonalen AG.

d) Gib die Koordinaten des Punktes an, der von jedem Eckpunkt des Würfels gleich weit entfernt ist.

e) Kreuze die beiden richtigen Aussagen an. Begründe deine Auswahl.

Werden die Würfelkanten um 50 % verlängert, so vergrößert sich der Rauminhalt des Würfels um 225 %.	☐
Es gilt: $\left\|\overrightarrow{BD}\right\| + \left\|\overrightarrow{DF}\right\| = \left\|\overrightarrow{BF}\right\|$.	☐
Ein Würfel besitzt vier gleich lange Raumdiagonalen, die sich in einem Punkt schneiden.	☐
Je zwei Raumdiagonalen eines Würfels stehen normal aufeinander.	☐
Werden die Würfelkanten um 50 % verlängert, so vergrößert sich die Würfeloberfläche um 125 %.	☐

3

Über einer Terrasse soll ein dreieckiges Sonnensegel angebracht werden. Der tiefste Eckpunkt des Sonnensegels hat die Koordinaten A(4|2,5|2). Das Sonnensegel ist an den Eckpunkten B(0|0|3) und C(0|5|2,5) an der Hausfassade befestigt. Am Punkt A wird das Sonnensegel durch eine Leine zum Boden hin verspannt. Die Leine verläuft entlang der Geraden g mit

$$g\colon X = \begin{pmatrix} 12 \\ 2{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Der Bezugspunkt (0|0|0) ist dabei der Schnittpunkt zwischen Terrassenboden und vorderer Hauskante. Die Maße sind in Meter angegeben.

a) Zeige, dass die Seiten des Sonnensegels unterschiedlich lang sind.

b) Zeige, dass die Gerade g durch den Eckpunkt A verläuft und die Seite BC des Dreiecks schneidet.

c) Ordne den gegebenen Geradengleichungen die jeweils zutreffende Aussage der rechten Seite zu. Begründe deine Auswahl.

$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2{,}5 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix}$	
$X = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2{,}5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}$	
$X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	

A	Die Gerade geht durch den Punkt B und ist parallel zur Seite AC.
B	Die Gerade geht durch den Punkt A und ist normal zur Seite BC.
C	Die Gerade geht durch den Punkt C und schneidet die Seite BA im Mittelpunkt der Seite BA.
D	Die Gerade geht durch den Punkt B und ist windschief zur Trägergeraden der Seite AC.
E	Die Gerade geht durch den Punkt A und ist parallel zur Seite BC.
F	Die Gerade geht durch die Punkte C und A.

Kompetenzcheck Gleichungen

1 Gegeben sind algebraische Gleichungen zweiten Grades. Kreuze alle Gleichungen an, die keine reelle Lösung haben.

a)

$x^2 - 2x - 35 = 0$	☐
$x^2 + 9 = 0$	☐
$x^2 + 4x + 7 = 0$	☐
$x^2 - 25 = 0$	☐
$x^2 - 8x + 21 = 0$	☐

b)

$x^2 - 50x + 625 = 0$	☐
$x^2 + x + 0{,}5 = 0$	☐
$25x^2 + 125x - 25 = 0$	☐
$x^2 - 2x + 4 = 0$	☐
$-3x^2 + 3x - 2 = 0$	☐

2 Ordne jedem Polynom der linken Spalte den Grad und die Anzahl der Nullstellen richtig zu.

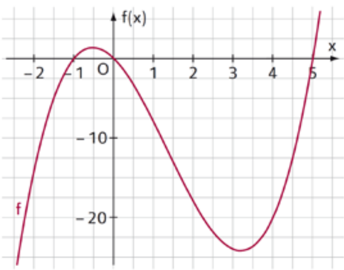
$p(x) = (x-1)(x+1)$	
$p(x) = (x-1)(x+1)^2$	
$p(x) = (x-1)^3(x+1)$	
$p(x) = (x+1)^3$	

A	Grad: 2, Nullstellen: 1
B	Grad: 2, Nullstellen: 2
C	Grad: 3, Nullstellen: 1
D	Grad: 3, Nullstellen: 2
E	Grad: 4, Nullstellen: 1
F	Grad: 4, Nullstellen: 2

3 Kreuze bei jedem Graphen den Grad der zugehörigen Polynomfunktion an und gib die Anzahl der reellen Nullstellen an.

(1)

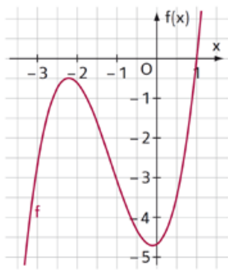
☐ Grad 2
☐ Grad 3
☐ Grad 4



Anzahl der Nullstellen ______

(2)

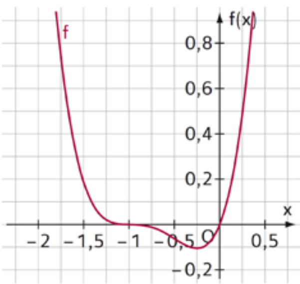
☐ Grad 2
☐ Grad 3
☐ Grad 4



Anzahl der Nullstellen _____

(3)

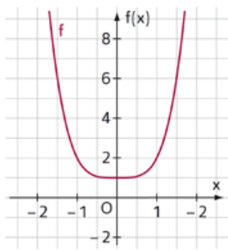
☐ Grad 2
☐ Grad 3
☐ Grad 4



Anzahl der Nullstellen _____

(4)

☐ Grad 2
☐ Grad 3
☐ Grad 4



Anzahl der Nullstellen _____

Kompetenzcheck Komplexe Zahlen

1 Gib die „kleinste“ Zahlenmenge an, in der die Zahl zum ersten Mal auftritt.

-8	$\frac{2}{3}$	π	$3 + 4i$

A	B	C	D	E	F
$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$	$\mathbb{P}$

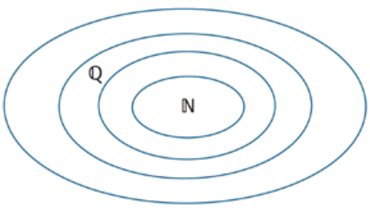
2 Zahlen und Zahlenmengen: Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

7 ist eine ganze Zahl.	☐
Jede irrationale Zahl ist als Bruch darstellbar.	☐
$\mathbb{R}$ ist eine Teilmenge von $\mathbb{C}$.	☐
$\mathbb{Q}$ ist eine Teilmenge von $\mathbb{N}$.	☐
Jede Zahl, die Element von $\mathbb{N}$ ist, ist auch Element von $\mathbb{C}$.	☐

3 Zahlen und Zahlenmengen: Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Differenz zweier natürlicher Zahlen ergibt stets eine natürliche Zahl.	☐
Werden eine komplexe Zahl und ihre konjugiert-komplexe Zahl addiert, so ergibt sich stets eine reelle Zahl.	☐
Werden eine komplexe Zahl und ihre konjugiert-komplexe Zahl subtrahiert, so ergibt sich stets eine natürliche Zahl.	☐
Werden eine komplexe Zahl und ihre konjugiert-komplexe Zahl subtrahiert, so ergibt sich stets eine komplexe Zahl.	☐
Wird eine rationale Zahl mit ihrem Kehrwert multipliziert, so ergibt sich stets eine natürliche Zahl.	☐

4 In der Abbildung sind die Zahlenmengen $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Q}$ eingetragen.
Ergänze die Symbole für die Zahlenmengen $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$ und $\mathbb{C}$, sodass die Beziehungen zwischen diesen Zahlenmengen richtig dargestellt sind.



5 Vervollständige den Satz so, dass er mathematisch korrekt ist.
Hat eine quadratische Gleichung mit reellen Koeffizienten _____ ➊ _____, dann hat die Gleichung _____ ➋ _____.

➊	
eine reelle Lösung	☐
keine reellen Lösungen	☐
zwei reelle Lösungen	☐

➋	
zwei komplexe Lösungen der Form $a + bi$ und $a - bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $b \neq 0$	☐
eine zweite Lösung der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $b \neq 0$	☐
eine leere Lösungsmenge über der Grundmenge $\mathbb{C}$	☐

Kompetenzcheck Algebra und Geometrie

GK **1** Gegeben sind 5 Aussagen über Zahlenmengen. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Menge der irrationalen Zahlen ist eine Teilmenge der reellen Zahlen.	☐
Die Menge der ganzen Zahlen ist eine Teilmenge der natürlichen Zahlen.	☐
Die Menge der rationalen Zahlen ist eine Teilmenge der ganzen Zahlen.	☐
Die Menge der reellen Zahlen ist eine Teilmenge der komplexen Zahlen.	☐
Die Menge der ganzen Zahlen ist abgeschlossen bezüglich der Division.	☐

GK **2** Gegeben sind 5 Aussagen zur Lösbarkeit von Gleichungen. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Wenn eine Gleichung lösbar ist, besitzt sie immer genau eine Lösung.	☐
Eine quadratische Gleichung ist in $\mathbb{R}$ immer eindeutig lösbar.	☐
Wenn eine Gleichung lösbar ist, besitzt sie immer zumindest eine Lösung.	☐
Wenn eine Gleichung in $\mathbb{R}$ lösbar ist, hat sie immer höchstens eine Lösung.	☐
Eine quadratische Gleichung besitzt in $\mathbb{C}$ zumindest eine Lösung.	☐

GK **3** Gegeben ist die Linsengleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$.

Forme die Gleichung so um, dass die Variable b explizit dargestellt wird. b = ______

GK **4** Gegeben ist die Gleichung $a = 170 \cdot b$. Welche der nachfolgenden Aussagen können mit dieser Gleichung beschrieben werden? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Ein Betrieb ohne Fixkosten hat Gesamtkosten von a Euro und die variablen Kosten betragen 170 Euro.	☐
Je größer a wird, desto kleiner wird b.	☐
Der Preis b einer Ware wurde um 70 % erhöht und wird nun mit $a = 170 \cdot b$ berechnet.	☐
Für $b \in \mathbb{R}$ beschreibt a eine direkte Proportionalität.	☐
Ein Pkw fährt mit einer Geschwindigkeit von 170 km/h, wobei die Zeit b in Stunden und der zurückgelegt Weg a in km gemessen wird.	☐

GK **5** Gib den Funktionsterm einer nach unten offenen Parabel mit der einzigen Nullstelle bei $x = -1$ an.

GK **6** Um Gewinn zu machen, muss die Differenz aus dem Erlös E und den Kosten K größer als null sein.
Gib eine Ungleichung an, die diesen Sachverhalt beschreibt.

GK **7**

Gegeben ist das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 3 \\ ax + 8y &= b \end{aligned} \quad \text{mit } a, b \in \mathbb{R}.$$

Gib an, für welche Werte a und b das Gleichungssystem unendliche viele Lösungen hat.

GK **8**

Ein Kleinunternehmen produziert und verkauft 3 verschiedene Holzplatten H_1, H_2 und H_3. An einem Tag werden x_i Stück von H_i produziert und y_i Stück davon verkauft.

Die Vektoren X und Y sind folgendermaßen festgelegt.

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

Interpretiere den Ausdruck X – Y in Zusammenhang mit dem Kleinunternehmen.

GK **9**

Gegeben ist ein Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Welche der fünf nachfolgenden Vektoren stehen normal auf den Vektor $\vec{a}$?

Kreuze die beiden zutreffenden Vektoren an.

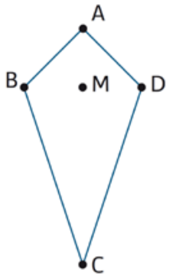
$\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 12 \end{pmatrix}$	☐
$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$	☐
$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	☐
$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	☐
$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	☐

GK **10**

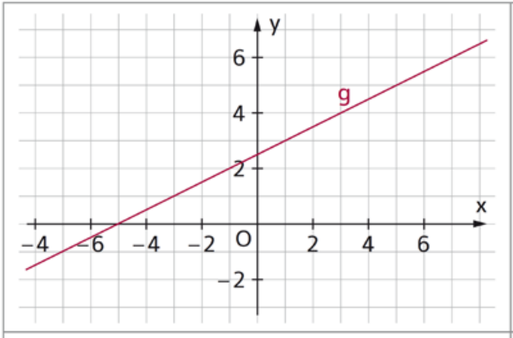
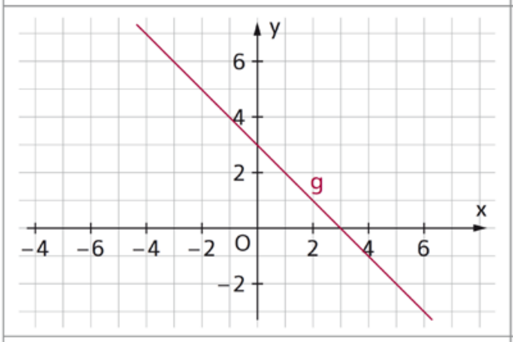
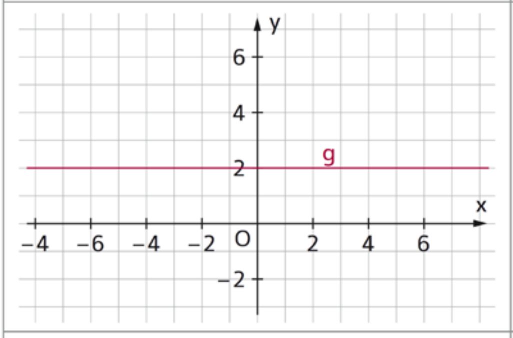
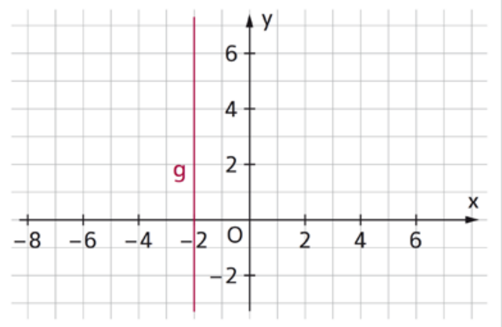
Die nebenstehende Abbildung zeigt ein Deltoid.

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

Die Fläche des Deltoids kann mit $\frac{1}{2} \cdot \lvert\overrightarrow{BD}\rvert \cdot \lvert\overrightarrow{AC}\rvert$ berechnet werden.	☐
$D = M + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BD}$	☐
$\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CA} = 0$	☐
$C = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$	☐
$\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 0$	☐



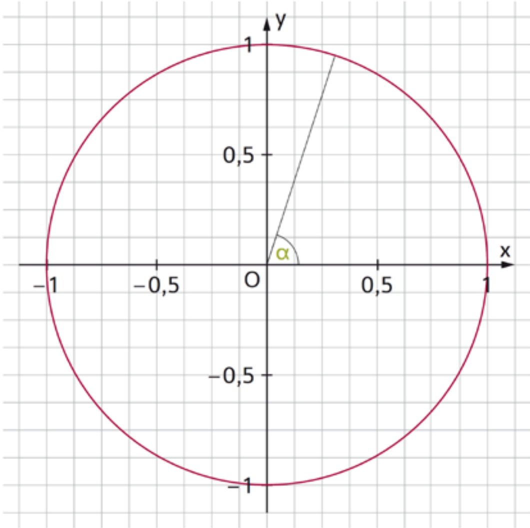
GK **11** Ordne den vier im Koordinatensystem dargestellten Geraden die passende Parameterdarstellung zu.

A	$g\colon X = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
B	$g\colon X = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
C	$g\colon X = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$
D	$g\colon X = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$
E	$g\colon X = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
F	$g\colon X = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

GK **12** Gegeben sind die Punkte $A(-2|1)$ und $B(1|3)$. Gib die Gleichung einer Geraden h in Parameterform an, die auf die Gerade $g(A,B)$ normal steht und durch den Mittelpunkt der Strecke AB geht.

GK **13** Die Abbildung zeigt einen Einheitskreis mit dem Winkel α.
Zeichne für den angegebenen Winkel α in der Abbildung $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ ein.



GK **14** Gegeben ist der Winkel $\alpha = 293°$.
Zeichne den Winkel α im Einheitskreis ein und stelle die Werte für $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ dar.