

Historisches zum Lösen algebraischer Gleichungen

Informations- und Arbeitsblatt

Geronimo Cardano hatte es in seiner Kindheit nicht immer leicht. Von seinem Vater wurde er oft verprügelt und musste beinahe wie ein Sklave für seine Eltern arbeiten. Zudem war er von Kindheit an häufig krank. Ab seinem neunten Lebensjahr lehrte ihn sein Vater Arithmetik und arabische Astrologie. Mit 19 Jahren begann Cardano gegen den Willen seines Vaters Medizin und Philosophie zu studieren.

Die Idee zur Lösung kubischer Gleichungen bekam Cardano von Nicolo Tartaglia (= der Stammer) in Form eines Gedichts. Hier ist Tartaglias Gedicht in einer Übersetzung von Heinz Lüneburg¹.

*Wenn der Kubus mit den Coßen daneben
gleich ist einer diskreten Zahl,
finden sich als Differenz zwei andere in dieser.
Dann halte es wie gewöhnlich,
daß nämlich ihr Produkt gleich sei
dem Kubus des Drittels der Coßen,
Und der Rest dann, so die Regel,
ihrer Kubusseiten wohl subtrahiert
wird sein deine Hauptcoß.
In dem zweiten von diesen Fällen,
wenn der Kubus allein steht
und du betrachtest die anderen zusammengezogen,
Von der Zahl mache wieder zwei solche Teile,
daß der eine in den anderen multipliziert
den Kubus des Drittels der Coßen ergibt.
Von jenen dann, so die gemeine Vorschrift,
nimm die Kubusseiten zusammen vereint
und diese Summe wird dein Konzept sein.
Die dritte nun von diesen unseren Rechnungen
löst sich wie die zweite, wenn du wohl beachtest,
daß sie von Natur aus gleichsam verwandt sind.
Dieses fand ich, nicht schwerfälligen Schritts,
im Jahre tausendfünfhundertvierunddreißig
mit Begründungen triftig und fest
In der Stadt vom Meer rings umgürtet.*

Coß ... gesuchte Zahl in der
Gleichung $x^3 + px = q$.



NICOLAUS TARTAGLIA,
BRIXIANVS.

Obwohl Cardano versprochen hatte, die Kenntnisse von Tartaglia nicht bekanntzumachen, veröffentlichte er sie und die Lösung für Gleichungen vierten Grades zusammen mit seinem Schüler **Lodovico Ferrari** in der *Ars magna de Regulis Algebraicis* (1545). Zwischen Cardano und Tartaglia entbrannte daraufhin ein langer, heftiger Streit, der vor allem Ferrari bekannt machte und nützte.

Lösungsformeln für Gleichungen vom Grad ≥ 5 gibt es im Allgemeinen nicht. Das heißt: Es wurde bewiesen, dass es für eine allgemeine Gleichung vom Grad 5 (oder höher) keine Formeln gibt, mit denen man die Lösungen aus den Koeffizienten berechnen kann.

Zu guter Letzt sei im Zusammenhang mit dem Lösen von algebraischen Gleichungen noch **Évariste Galois** erwähnt. Seine Biographie liest sich wie ein spannender Roman des 19. Jahrhunderts. Galois lebte in Frankreich in einer Zeit des Umbruchs, Amerika war soeben unabhängig geworden, die Franzosen hatten mit den Folgen der Französischen Revolution zu kämpfen und **Galois** selbst erlebte 19-jährig die Julirevolution 1830 in Frankreich. Seine Arbeiten über das Auflösen von Gleichungen wurden zu seinen Lebzeiten nie veröffent-

¹ Quelle: Heinz Lüneburg: Von Zahlen und Größen. Dritthalbtausend Jahre Theorie und Praxis. Band 1. Birkhäuser Verlag: 2008. S. 415.

licht, sind aber wichtige Grundlage für die posthum nach ihm benannte **Galoistheorie**. Diese Theorie gibt Antworten auf die Fragen:

- Welche regulären Vielecke lassen sich mit Zirkel und (unmarkiertem) Lineal konstruieren?
- Warum kann ein Winkel nicht dreigeteilt werden (wieder nur mit Zirkel und unmarkiertem Lineal)?
- Warum gibt es keine geschlossene Formel zur Berechnung der Nullstellen von Polynomen fünften oder höheren Grades, in der nur die vier Grundrechenarten und das Wurzelziehen vorkommen?

In der Nacht vor dem Duell, bei dem **Galois** starb, bat er seinen Freund **Chevalier**, seine bisher kaum gewürdigten Manuskripte an **Gauß** und andere weiterzugeben. Es dauerte noch etwa zehn Jahre, bis die Bedeutung von **Galois'** Schriften von **Joseph Liouville** erkannt wurde.

Aufgaben

- 1 Informiere dich im Internet über die Formel von **Cardano** und versuche, selbstgewählte Beispiele zu lösen.