

Quotientenregel

Arbeitsblatt

Quotientenregel: Sind u und v sowie $\frac{u}{v}$ an der Stelle x_0 differenzierbar und $v(x_0) \neq 0$, dann ist auch $f = \frac{u}{v}$ an der Stelle x_0 differenzierbar und es gilt: $f' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$.

Die Quotientenregel kann mithilfe der Produktregel gezeigt werden.

$$f = \frac{u}{v} \quad \Leftrightarrow \quad f \cdot v = u$$

$$(f \cdot v)' = f' \cdot v + f \cdot v' \quad (u)' = u' \quad \Rightarrow \quad f' \cdot v + f \cdot v' = u'$$

$$\Rightarrow f' \cdot v = u' - f \cdot v' \quad \text{Nun wird auf der rechten Seite } f \text{ durch } \frac{u}{v} \text{ ersetzt.}$$

$$\Rightarrow f' \cdot v = u' - \frac{u}{v} \cdot v' \quad \text{Die rechte Seite wird auf gemeinsamen Nenner gebracht.}$$

$$\Rightarrow f' \cdot v = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v} \quad | :v$$

$$\Rightarrow f' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$