Ableitung von Logarithmusfunktionen

Arbeitsblatt

▷ **Satz** (Ableitung der Logarithmusfunktion)
Für alle $x \in \mathbb{R}^+$ gilt:
(1) $f(x) = \ln(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
(2) $f(x) = {}^{a}\log(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$ mit $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

▷ *Beispiel:*

(1) $f(x) = \ln(4x)$ — Konstantenregel bei $f(k \cdot x)$ $\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{4x} \cdot 4 = \frac{1}{x}$

(2) $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$ — Quotientenregel $\Rightarrow f'(x) = \frac{1 \cdot \ln(x) - x \cdot \frac{1}{x}}{\ln^2(x)} = \frac{\ln(x) - 1}{\ln^2(x)}$

(3) $f(x) = \lg(x^2) = {}^{10}\log(x^2)$ — Innere Ableitung (Kettenregel) $\Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{x^2 \cdot \ln(10)} = \frac{2}{x \cdot \ln(10)} \approx 0{,}87 \cdot \frac{1}{x}$

1 Bildet die Ableitung.
a) $f(x) = 5 \cdot \ln(x)$ b) $f(x) = 8 \cdot {}^{2}\log(x)$ c) $f(x) = \ln(0{,}2x)$ d) $f(x) = 5 \cdot \lg(2x)$

2 Bildet die Ableitung. Berücksichtigt die Ketten-, Produkt- bzw. Quotientenregel.
a) $f(x) = \ln(x^2)$ b) $f(x) = {}^{2}\log(x^2 - x)$ c) $f(t) = \frac{\ln(t)}{t}$ d) $f(s) = 3s \cdot \lg\left(\frac{s}{6}\right)$

3 Gebt die Definitionsmenge an und bildet die Ableitung.
a) $y(t) = \frac{\ln(2t)}{4}$ b) $y(t) = \frac{\ln(t)}{t}$ c) $f(x) = \frac{\lg(x^3)}{x}$ d) $f(x) = \frac{x^2}{\lg(x)}$

4 Bilde die Ableitung.
a) $f(x) = 100 \cdot \ln(x)$ b) $f(x) = 0{,}5 \cdot \lg(x)$ c) $f(x) = 4 \cdot {}^{2}\log(x)$
d) $f(x) = 5 \cdot \ln(0{,}1x)$ e) $f(x) = \frac{2}{3} \cdot \lg(6x)$ f) $f(x) = 0{,}08 \cdot {}^{5}\log(100x)$

5 Bilde die Ableitung. Berücksichtige die Ketten-, Produkt- bzw. Quotientenregel.
a) $y(t) = \frac{1}{12} \cdot \ln(3t^2)$ b) $f(x) = x \cdot \ln(x)$ c) $n(x) = \frac{\ln(x)}{x - 1}$
d) $y(x) = {}^{5}\log(x^2 - 1)$ e) $s(t) = \frac{1}{4}t \cdot \lg(2t)$ f) $a(n) = n \cdot {}^{2}\log(3n)$

Ableitung von Logarithmusfunktionen

Arbeitsblatt – Lösungen

1

a) $f'(x) = \frac{5}{x}$

b) $f'(x) = \frac{8}{\ln(2) \cdot x} \approx \frac{11{,}54}{x}$

c) $f'(x) = \frac{1}{x}$

d) $f'(x) = \frac{5}{\ln(10) \cdot x}$

2

a) $f'(x) = \frac{2}{x}$

b) $f'(x) = \frac{2x - 1}{\ln(2) \cdot (x^2 - x)}$

c) $f'(t) = \frac{1 - \ln(t)}{t^2}$

d) $f'(s) = 3 \cdot \lg\left(\frac{s}{6}\right) + \frac{3}{\ln(10)} \approx 3 \cdot \lg\left(\frac{s}{6}\right) + 1{,}30$

3

a) $D = \mathbb{R}^+,\; y'(t) = \frac{1}{4t}$

b) $D = \mathbb{R}^+,\; y'(t) = \frac{1 - \ln(t)}{t^2}$

c) $D = \mathbb{R}^+,\; f'(x) = -\frac{\lg(x^3)}{x^2} + \frac{3}{x^2 \cdot \ln(10)}$

d) $D = \mathbb{R}^+\backslash\{1\},\; f'(x) = \frac{2x}{\lg(x)} - \frac{x \cdot \ln(10)}{(\lg(x))^2}$

4

a) $f'(x) = \frac{100}{x}$

b) $f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \ln(10) \cdot x} \approx 0{,}22 \cdot \frac{1}{x}$

c) $f'(x) = \frac{4}{\ln(2) \cdot x}$

d) $f'(x) = \frac{5}{x}$

e) $f'(x) = \frac{2}{3x \cdot \ln(10)}$

f) $f'(x) = \frac{0{,}08}{x \cdot \ln(5)}$

5

a) $y'(t) = \frac{1}{6t}$

b) $f'(x) = \ln(x) + 1$

c) $n'(x) = \frac{x - x \cdot \ln(x) - 1}{x \cdot (x - 1)^2}$

d) $y'(x) = \frac{2x}{\ln(5) \cdot (x^2 - 1)} \approx 1{,}24 \cdot \frac{x}{x^2 - 1}$

e) $s'(t) = \frac{1}{4} \cdot \lg(2t) + \frac{1}{4 \cdot \ln(10)} \approx \frac{1}{4} \cdot \lg(2t) + 0{,}11$

f) $a'(n) = {}^2\log(3n) + \frac{1}{\ln(2)} \approx {}^2\log(3n) + 1{,}44$