

Schnitt einer Kugel mit einer Geraden

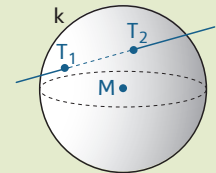
Arbeitsblatt

Schnitt einer Kugel mit einer Geraden

Um die Koordinaten der Schnittpunkte zu ermitteln, kannst du Gerade und Kugel rechnerisch schneiden:
 $k \cap g$

► *Beispiel:*

Berechne die Schnittpunkte der Geraden $g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit der Kugel $k [(1|-2|4); 6]$.



Lösung:

Aufstellen der Kugelgleichung: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 36$

Ausquadrieren der Binome: $x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 + z^2 - 8z + 16 = 36$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y + z^2 - 8z - 15 = 0$$

$k \cap g$: Setze die x-, y- und z-Komponente der Geradengleichung in die allgemeine Kugelgleichung ein:

$$(2 + t)^2 - 2 \cdot (2 + t) + (-10 + 4t)^2 + 4 \cdot (-10 + 4t) + (9 - t)^2 - 8 \cdot (9 - t) - 15 = 0$$

Ausquadrieren, multiplizieren und zusammenfassen ergibt die quadratische Gleichung:

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$t_1 = 3 \quad \text{und} \quad t_2 = 1$$

Setze die Parameter t_1 und t_2 in die Geradengleichung ein:

$$X = \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ 9 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow T_1(5|2|6); \quad X = \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ 9 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow T_2(3|-6|8)$$

1 | Berechne die Schnittpunkte der Geraden $g: X = (8|-7|1) + t \cdot (1|-3|0)$ mit der Kugel $k [(4|0|-1); 3]$.

Schnitt einer Kugel mit einer Geraden

Arbeitsblatt – Lösungen

$$1 \quad S_1(5|2|1), S_2(6|-1|1)$$