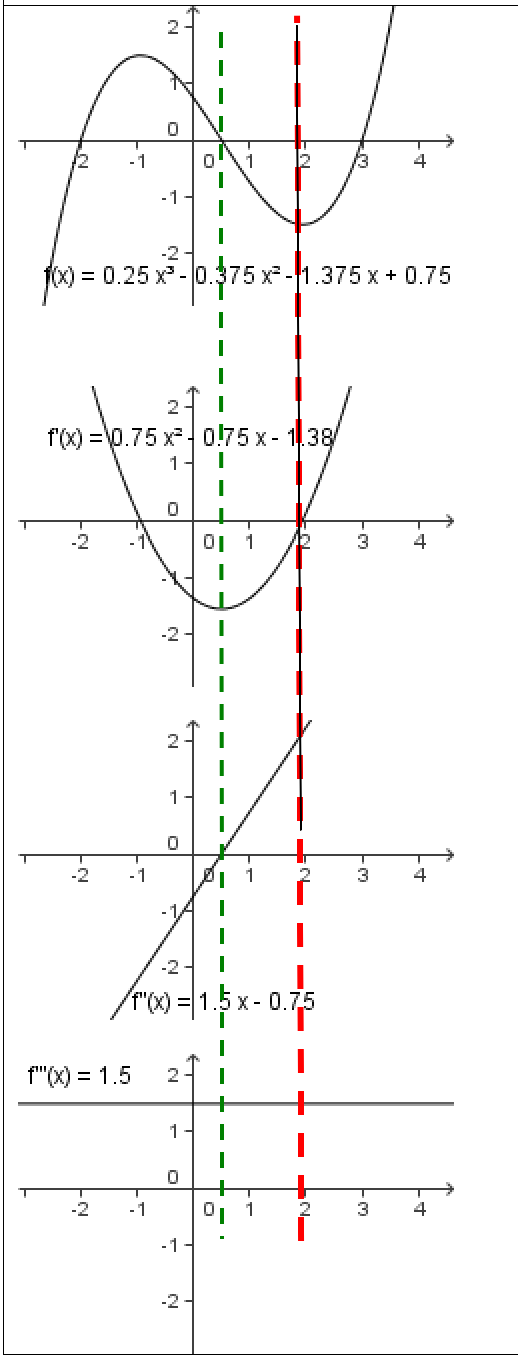
Kurvendiskussion – grafisch interpretiert

Arbeitsblatt

Wenn die Graphen von f(x), f'(x), f''(x) und f'''(x) untereinander gezeichnet werden, können die Zusammenhänge zwischen einer Extremstelle oder einer Wendestelle und den Ableitungen an diesen Stellen grafisch dargestellt werden.

$f(x) = 0{,}25x^3 - 0{,}375x^2 - 1{,}375x + 0{,}75$	Deutung
	Rote Linie: Stelle des Minimums Grüne Linie: Stelle des Wendepunktes Im Tiefpunkt ist die Steigung der Tangente null. Links der Minimumstelle ist die Tangentensteigung negativ, rechts davon positiv. An der Stelle des Wendepunktes erreicht die Tangentensteigung ihren kleinsten Wert. An der Stelle des Minimums ist der Tangentenanstieg gleich null, daher befindet sich dort in der ersten Ableitung eine Nullstelle. Links der Minimumstelle ist die erste Ableitung negativ, rechts davon positiv. An der Stelle des Wendepunktes erreicht die Tangentensteigung ihren kleinsten Wert, daher liegt in der ersten Ableitung dort ein Minimum. In der Umgebung der Minimumstelle ist der Graph der Funktion konkav (positiv gekrümmt), daher ist die zweite Ableitung an dieser Stelle positiv. An der Stelle des Wendepunktes tritt in der ersten Ableitung ein Minimum auf, daher befindet sich dort in der zweiten Ableitung eine Nullstelle. An der Stelle des Wendepunktes ist die zweite Ableitung null und f''(x) ist in der Umgebung der Wendestelle streng monoton steigend, daher ist die dritte Ableitung positiv (ungleich null) und es liegt ein Wendepunkt vor.

Aufgaben

Stelle die Funktion auf gleiche Weise wie im Beispiel dar und interpretiere die Zusammenhänge.

a) $g(x) = 0{,}25x^4 + x^3 + 1{,}5x^2 + x - 1{,}75$

b) $h(x) = 0{,}1 \cdot (x + 2) \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 4)$