

# Die Monte-Carlo-Methode

## Kurzprojekt

Mithilfe dieser von **John von Neumann**<sup>1</sup> gefundenen Methode kann die Zahl  $\pi$  näherungsweise bestimmt werden. Dabei wird eine Anzahl von Punkten zufällig in einem Quadrat mit Seitenlänge  $r$  verteilt und gezählt, wie viele Punkte innerhalb des Kreises oder auf der Kreislinie zu liegen kommen.

Das Verhältnis „Anzahl der Punkte im Kreis“ zu „Anzahl der Punkte im Quadrat“ ist als relative Häufigkeit ein Näherungswert für das Verhältnis des Flächeninhalts des Kreises  $A = r^2 \cdot \pi$  zum Flächeninhalt des Quadrats  $A = 4r^2$ .

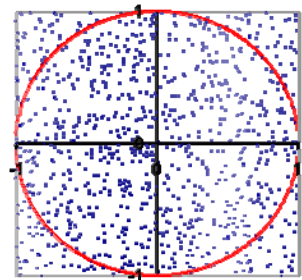
$$h_n \approx \frac{\text{Anzahl der Punkte im Kreis}}{\text{Anzahl der Punkte im Quadrat}}$$

$$h_n \approx \frac{r^2 \pi}{4r^2} \approx \frac{\pi}{4}$$

Wird  $h_n$  mit der **Monte-Carlo-Methode** ermittelt, so lässt sich wegen

$$\pi \approx 4 \cdot h_n$$

eine Näherung für die Kreiszahl angeben.



Bestimmt auf eine der unten beschriebenen Arten eine Näherung für die Zahl  $\pi$ .

- Zeichnet ein  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  großes Quadrat mit eingeschriebenem Kreis auf ein Blatt Papier. Markiert mit geschlossenen Augen 50 Punkte auf dem Blatt, wobei ihr das Blatt öfter verschieben oder drehen müsst, um eine gleichmäßige Verteilung der Punkte zu erreichen. Es werden nur jene Punkte gewertet, die innerhalb des Quadrats liegen. Anschließend zählt ihr die Punkte innerhalb des Kreises, berechnet damit die relative Häufigkeit und die Näherung für  $\pi$ .
- Zeichnet ein Quadrat beliebiger Größe mit eingeschriebenem Kreis. Ermittelt die Koordinaten der zufällig verteilten Punkte mithilfe eines elektronischen Tools<sup>2</sup>, indem ihr – je nach Größe eures Quadrates – für x- und y-Koordinaten der Punkte Zufallszahlen aus einem geeigneten Bereich ermittelt. Die Auswertung erfolgt wie in Aufgabe (1).
- Anstelle eines Blattes Papier könnt ihr auch ein Plakat mit aufgezeichnetem Quadrat und Kreis auf den Boden legen und Kieselsteine, Spielwürfel, kleine Schraubenmuttern u. Ä. darauf fallen lassen. Die Auswertung erfolgt wie in Aufgabe (1).
- Öffnet das Excel-Arbeitsblatt [Monte-Carlo-Methode: Angabe](#) und bearbeitet die in den beiden Arbeitsblättern „Simulation“ und „Näherung für Pi“ gestellten Aufgaben zur näherungsweisen Berechnung von  $\pi$ .

x	y	Treffer	oberer Kreisbogen	unterer Kreisbogen	Anzahl n	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit $h_n$	Näherung für Pi
-0,912	0,866	0	0,410	-0,410	1	0	0,0000	0,0000
-0,377	0,408	1	0,926	-0,926	2	1	0,5000	2,0000
-0,084	-0,778	1	0,996	-0,996	3	2	0,6667	2,6667

<sup>1</sup> John von Neumann, 1903–1957, amerikanischer Mathematiker, geboren in Ungarn

<sup>2</sup> Auch ein Taschenrechner wie der TI 30 stellt Zufallszahlen zur Verfügung:

**[PRB]** RAND liefert eine Zufallszahl zwischen 0 und 1; **[RANDI]** (von, bis) eine zufällige ganze Zahl zwischen von und bis (inklusive).