Fibonacci-Zahlen

Arbeitsblatt

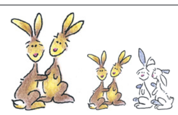
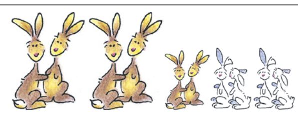

Fibonacci (um 1200)

Im Buch **Der Zahlenteufel** greift **Hans Magnus Enzensberger** das sogenannte **Kaninchenproblem** auf, das auf **Leonardo von Pisa** (genannt Fibonacci) zurückgeht. Der Schüler Robert führt mit dem Mathematiker Bonatschi („der Alte") und einem Hasenpaar auf einem Kartoffelacker folgendes Gespräch:

Tatsächlich, schon kamen zwei winzige weiße Hasen herbeigehoppelt und setzten sich zu Roberts Füßen.
- *Ich glaube, sagte der Alte, es ist ein Männchen und ein Weibchen. Wir haben also* **ein** *Paar. Wie du weißt, geht alles mit eins los.*
- *Er will mir weismachen, dass ihr rechnen könnt, sagte Robert zu den Hasen. Das geht zu weit! Ich glaube ihm kein Wort.*
- *Ach, Robert, was weißt du schon über Hasen, sagten die beiden Hasen wie aus einem Munde.* […] *Wir* […] *sind nur weiß, solange wir jung sind. Bis wir erwachsen werden, dauert es einen Monat. Dann wird unser Fell braun, und wir wünschen uns Kinder. Bis die auf die Welt kommen, ein Mädchen und ein Junge, dauert es noch einmal einen Monat. Das kannst du dir merken!*
- *Nur zwei wollt ihr haben? sagte Robert. Ich dachte immer, Hasen kriegen massenhaft viele Junge.*
- *Natürlich kriegen wir massenhaft Kinder, sagten die Hasen, aber doch nicht auf einmal. Jeden Monat zwei, das genügt. Und unsere Kinder werden es genauso machen. Du wirst schon sehen.* […]

Und dann begann – im Zeitraffer – die Hasenvermehrung. Am Anfang kam Robert mit dem Zählen noch ganz gut mit. Zwischendurch zählte Robert 21 Hasenpaare. Doch dann …
- *Hilfe! schrie Robert. Das nimmt ja kein Ende. Tausende von Hasen! Entsetzlich!* […] *Jetzt sind es mindestens schon über tausend.*
- *Es sind genau 4181, und gleich* […] *werden es 6765 sein.*[1]

1 Gebt mithilfe dieses Textes an, wie viele Hasenpaare nach einem, zwei, drei … Monat(en) den Kartoffelacker bedecken. Wann sind es 21 Paare? Wann sind es 4181 Paare?[1]

1 Monat	2 Monate	3 Monate	4 Monate	5 Monate	6 Monate
					

▷ **Definition**

Die rekursiv definierte Folge $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ und $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ für $n = 0, 1, 2, \ldots$ heißt **Fibonacci-Folge**.
Die Folgenglieder $\langle 0; 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; \ldots \rangle$ werden als **Fibonacci-Zahlen** bezeichnet.

2 Ermittelt die Fibonacci-Zahlen bis $n = 20$. Für a_{20} solltet ihr den Wert 6765 erhalten.

1 Enzensberger, Hans Magnus: Der Zahlenteufel. Ein Kopfkissenbuch für alle, die Angst vor der Mathematik haben. München: dtv 1999, S. 112 – 118