

Exponentialgleichungen und logarithmische Gleichungen

Arbeitsblatt



Exponentialgleichungen

▶ *Beispiel:*

Löse die Gleichung $3,5^{3x-1} = 4^{2x-2}$ in \mathbb{R} .

Lösung:

$$\begin{array}{lcl}
 3,5^{3x-1} = 4^{2x-2} & & | \lg \\
 (3x-1) \cdot \lg 3,5 = (2x-2) \cdot \lg 4 & & | \text{multiplizieren} \\
 3x \cdot \lg 3,5 - \lg 3,5 = 2x \cdot \lg 4 - 2 \cdot \lg 4 & & | -(2x \cdot \lg 4) + \lg 3,5 \\
 3x \cdot \lg 3,5 - 2x \cdot \lg 4 = \lg 3,5 - 2 \cdot \lg 4 & & | x \text{ herausheben} \\
 x \cdot (3 \cdot \lg 3,5 - 2 \cdot \lg 4) = \lg 3,5 - 2 \cdot \lg 4 & & | : (3 \cdot \lg 3,5 - 2 \cdot \lg 4) \\
 x = \frac{\lg 3,5 - 2 \cdot \lg 4}{3 \cdot \lg 3,5 - 2 \cdot \lg 4} \approx -1,5419
 \end{array}$$

1

Löse die Exponentialgleichung auf 3 Dezimalstellen genau.

a) $5^{x+1} = 2^{2x+3}$ b) $3,5^{3x-1} = 4^{2x+2}$ c) $10^{0,4x+2} = 0,5^{2x}$ d) $3,7^{-3x+1} = 0,75^x$

2

Löse die Exponentialgleichung und mache die Probe.

a) $10^x = e$ b) $2,5^{x-1} = \pi^2$ c) $e^{2x} = \lg 25$
 d) $\sqrt{2^x} = 1$ e) $\frac{1}{e^x} = 5,8$ f) $45,2^{2x} = 2,39 + \ln 4,7$



Logarithmische Gleichungen

▶ *Beispiel:*

Löse die Gleichung $\lg x + \lg 4x = 2$ in \mathbb{R} .

Lösung:

$$\begin{array}{lcl}
 \lg x + \lg 4x = 2 & & x > 0 \Rightarrow D = \mathbb{R}^+ \\
 \lg(4x^2) = 2 & & | \text{da } 2 = \lg 10^2 \Rightarrow \\
 \lg(4x^2) = \lg(10^2) & & | \text{entlogarithmieren} \\
 4x^2 = 100 & & \\
 x^2 = 25 \Rightarrow x_1 = 5; x_2 = -5 & & L = \{5\}
 \end{array}$$

Löse die Gleichungen in \mathbb{R} . Gib jeweils die Definitions- und Lösungsmenge an.

3

a) $\ln(3x+1) = 1,26$ b) $\lg x + \lg 5 = \lg(x+1)$ c) $\lg(2-3x) = \lg 2 + \lg x^2$

4

a) $\lg x + \lg 7 = 3$ b) $3 \cdot \ln x = \ln 2x$ c) $\lg(x+2) = 1 + \lg x$
 d) $\lg(3x-1) = 1 - \lg x$ e) $\ln x^2 - 1 = \ln x$ f) $\lg(x-1) = \lg(x+2) = \lg 3$

5

a) $4^{\lg x} = 64$ b) $2^{\lg x} = \frac{1}{8}$ c) $5^{2 \cdot \lg x} = 0,04$