Binomialkoeffizient

Arbeitsblatt – Lösungen

1
a) $(a + b)^2$; der dritte Summand; $1 \cdot a^0 \cdot b^2 = b^2$
b) $(a + b)^4$; der erste Summand; $1 \cdot a^4 \cdot b^0 = a^4$
c) $(a + b)^4$; der vierte Summand; $4 \cdot a^1 \cdot b^3 = 4 \cdot a \cdot b^3$
d) $(a + b)^5$; der sechste Summand; $1 \cdot a^0 \cdot b^5 = b^5$
e) $(a + b)^6$, der zweite Summand; $6 \cdot a^5 \cdot b^1 = 6 \cdot a^5 \cdot b$
f) $(a + b)^5$, der dritte Summand; $10 \cdot a^3 \cdot b^2$

2
a) 24 b) 720 c) 3 628 800 d) 120 e) 6 f) 5040

3
Berechne den Binomialkoeffizienten und gib die entsprechende Potenz des Binoms (a + b) sowie den entsprechenden Summanden an.
a) 4; $(a + b)^4$; $4 \cdot a \cdot b^3$ b) 15; $(a + b)^6$; $15 \cdot a^4 \cdot b^2$ c) 21; $(a + b)^7$; $21 \cdot a^2 \cdot b^5$
d) 6; $(a + b)^4$; $6 \cdot a^2 \cdot b^2$ e) 20; $(a + b)^6$; $20 \cdot a^3 \cdot b^3$ f) 7; $(a + b)^7$; $7 \cdot a^6 \cdot b^1$

4
Für viele Modelle ist $69! \approx 1{,}711\,224\,524 \cdot 10^{98}$ die höchste Fakultät.

5
$$(a+b)^7 = \binom{7}{0}a^7b^0 + \binom{7}{1}a^6b^1 + \binom{7}{2}a^5b^2 + \binom{7}{3}a^4b^3 + \binom{7}{4}a^3b^4 + \binom{7}{5}a^2b^5 + \binom{7}{6}a^1b^6 + \binom{7}{7}a^0b^7$$
$$= 1 \cdot a^7b^0 + 7 \cdot a^6b^1 + 21 \cdot a^5b^2 + 35 \cdot a^4b^3 + 35 \cdot a^3b^4 + 21 \cdot a^2b^5 + 7 \cdot a^1b^6 + 1 \cdot a^0b^7$$

6
–

7
–

8
a) 40 320 b) 362 880 c) 479 001 600 d) 2 432 902 008 176 640 000

9
a) 21 b) 20 c) 1 d) 10 e) 220 f) 5 200 300

10
a) $715\ a^9 \cdot b^4$
b) $8855\ x^4 \cdot y^{19}$
c) $30\ 045\ 015 \cdot u^{10}$
d) $3003 \cdot s^8 \cdot (-2)^6 = 3003 \cdot s^8 \cdot 64 = 192\,192 \cdot s^8$

11
Zum Beispiel:
(1) $\binom{7}{2} = \binom{7}{5} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 21$ (2) $\binom{3}{0} = \binom{3}{3} = \frac{3!}{0! \cdot 3!} = 1$ (3) $\binom{4}{1} = \binom{4}{3} = \frac{4!}{1! \cdot 3!} = 4$
(4) $\binom{6}{3} + \binom{6}{4} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} + \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6!}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{6!}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{6! \cdot 4 + 6! \cdot 3}{3! \cdot 4!} = \frac{6! \cdot 7}{3! \cdot 4!} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \binom{7}{4}$