Kapitel 3: Terme und Formeln

Ein **Term** ist ein sinnvoller mathematischer Ausdruck, welcher Variablen, Zahlen, Zeichen und Klammern enthalten kann ohne dabei einen Wahrheitsgehalt zu haben.

Beispiel:
3x + 5

Die **Definitionsmenge** D eines Terms beinhaltet jene Werte (reelle Zahlen), die für die auftretenden Variablen eingesetzt werden können, sodass der Term einen reellen Wert annimmt.

Beispiel:
8x → D = ℝ, da jede reelle Zahl für x eingesetzt werden kann
$\frac{1}{x-3}$ → D = ℝ \ {3}, da bei x = 3 eine Division durch 0 vorliegt

Gängige **Termstrukturen**

Monom: eingliedriger Term *Beispiel:* -7x	Binom: zweigliedriger Term *Beispiel:* 5a – 3	Polynom: mehrgliedriger Term *Beispiel:* $x + 3y - 8x^2 + 5$	Bruchterm: Term mit Variablen im Nenner *Beispiel:* $\frac{3}{x}$

Zwei Terme sind **äquivalent** (gleichwertig), wenn sie bei gleicher Definitionsmenge und gleicher Variablenbelegung dieselben Werte liefern.

Beispiel:
$(2a - b) \cdot (2a + b)$ und $4a^2 - b^2$

Potenzen sind wiederholte Multiplikationen desselben Faktors.

Rechenregeln:

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ *Beispiel:* $x^2 \cdot x^7 = x^9$
2) $a^m : a^n = a^{m-n}$ *Beispiel:* $x^7 : x^2 = x^5$
3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ *Beispiel:* $(x^7)^2 = x^{14}$
4) $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$ *Beispiel:* $(x \cdot y)^2 = x^2 \cdot y^2$
5) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}\ (b \neq 0)$ *Beispiel:* $\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$

Klammern auflösen:

1) Ein *Plus vor einer Klammer* ändert die Zeichen in der Klammer nicht.
Beispiel: 3x + (7x – 6) = 3x + 7x – 6 = 10x – 6
2) Ein *Minus vor einer Klammer* ändert die Zeichen in der Klammer.
Beispiel: 3x – (7x – 6) = 3x – 7x + 6 = -4x + 6
3) Multiplikation:

a • (b ± c) = a•b ± a•c
Beispiel: $3x \cdot (x - 3) = 3x^2 - 9x$

(a + b)•(c + d) = a•c + b•c + a•d + b•d
Beispiel: $(x - 3) \cdot (x + 5) = x^2 - 3x + 5x - 15 = x^2 + 2x - 15$

4) Binomische Formeln

$(a+b)^2 = a^2 + 2a \cdot b + b^2$
Beispiel: $(x+7)^2 = \boxed{x^2 + 14x + 49}$
→ vollständiges Quadrat

$(a-b)^2 = a^2 - 2a \cdot b + b^2$
Beispiel: $(x-8)^2 = \boxed{x^2 - 16x + 64}$
→ vollständiges Quadrat

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$
Beispiel: $(x+3y) \cdot (x-3y) = x^2 - 9y^2$

Faktorisieren (Herausheben)

$a \cdot b \pm a \cdot c = a \cdot (b \pm c)$
Beispiel: $3x^2 - 9x = 3x \cdot (x-3)$

$a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$
Beispiel: $4x^2 - 9y^2 = (2x+3y) \cdot (2x-3y)$:

Eine **Formel** beschreibt einen Zusammenhang zwischen Größen. Als Gleichungen haben Formeln einen Wahrheitsgehalt.

Beispiel:
Fläche des Rechtecks $A = a \cdot b$