



## Variablen &amp; Gleichungen

## Merke

**Variablen** ( $a, x, \dots$ ) werden auch **Unbekannte** oder **Platzhalter** genannt. Sie symbolisieren einen bestimmten Zahlenwert in einer Gleichung, der herausgefunden werden muss.

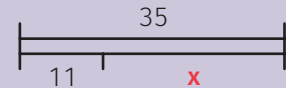
Gleichung:  $11 + x = 35$

Welcher Zahlenwert steckt hinter der Variablen  $x$ ?

Eine **Gleichung** ist dann richtig, wenn links und rechts vom Gleichheitszeichen derselbe Zahlenwert herauskommt.

$x = 24$ , denn  $11 + 24 = 35 \rightarrow 35 = 35 \checkmark$

Gleichungen können auch grafisch veranschaulicht werden:



Aus der Abbildung lassen sich nun folgende Gleichungen ableiten:

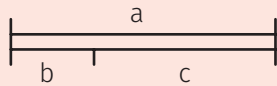
$11 + x = 35$

$35 - 11 = x$

$35 - x = 11$

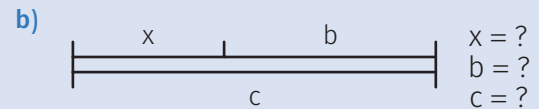
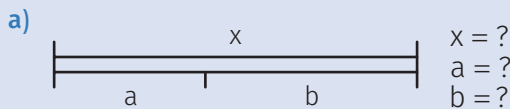
Rettungs-  
beispiel

Gib alle drei möglichen Gleichungen zur Abbildung an!

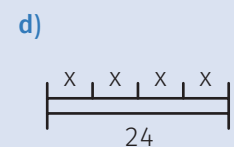
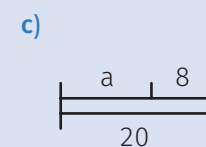
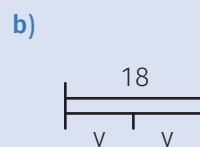
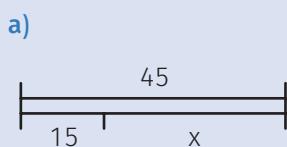
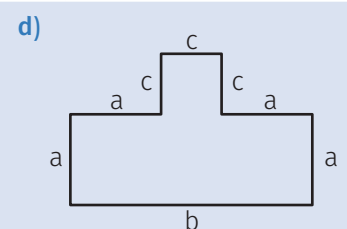
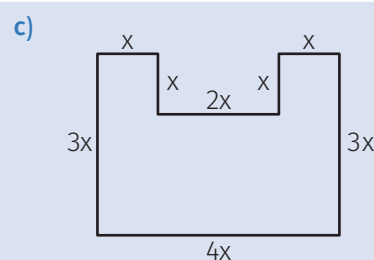
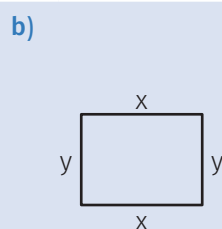
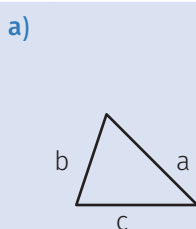


$a = b + c$   
 $b = a - c$   
 $c = a - b$

## 1 Gib jeweils die entsprechenden Gleichungen an!



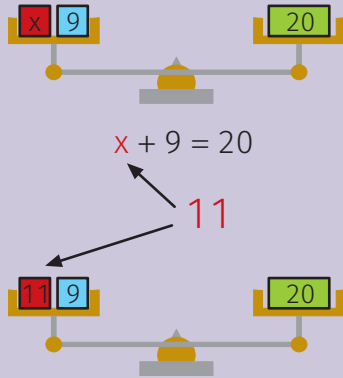
## 2 Gib jeweils eine Gleichung an und berechne anschließend den Wert der Variablen!

3 Wie lautet jeweils die Formel für den Umfang der Figur? Beginne mit  $u = \dots$ 



### Gleichungen lösen – Teil 1

Merke



Eine Gleichung ist dann richtig, wenn **links** und **rechts** vom Gleichheitszeichen **derselbe** Zahlenwert herauskommt.

**Welche Zahl muss ich für x einsetzen, damit die Gleichung stimmt?**

Die Zahl **11** ist die Lösung der Gleichung:  $x = 11$

Das Ergebnis einer Gleichung kann mit einer Probe kontrolliert werden.

Probe:  $x + 9 = 20$

$11 + 9 = 20$

$20 = 20 \rightarrow$  Die Probe ergibt eine **wahre Aussage** (w. A.)!

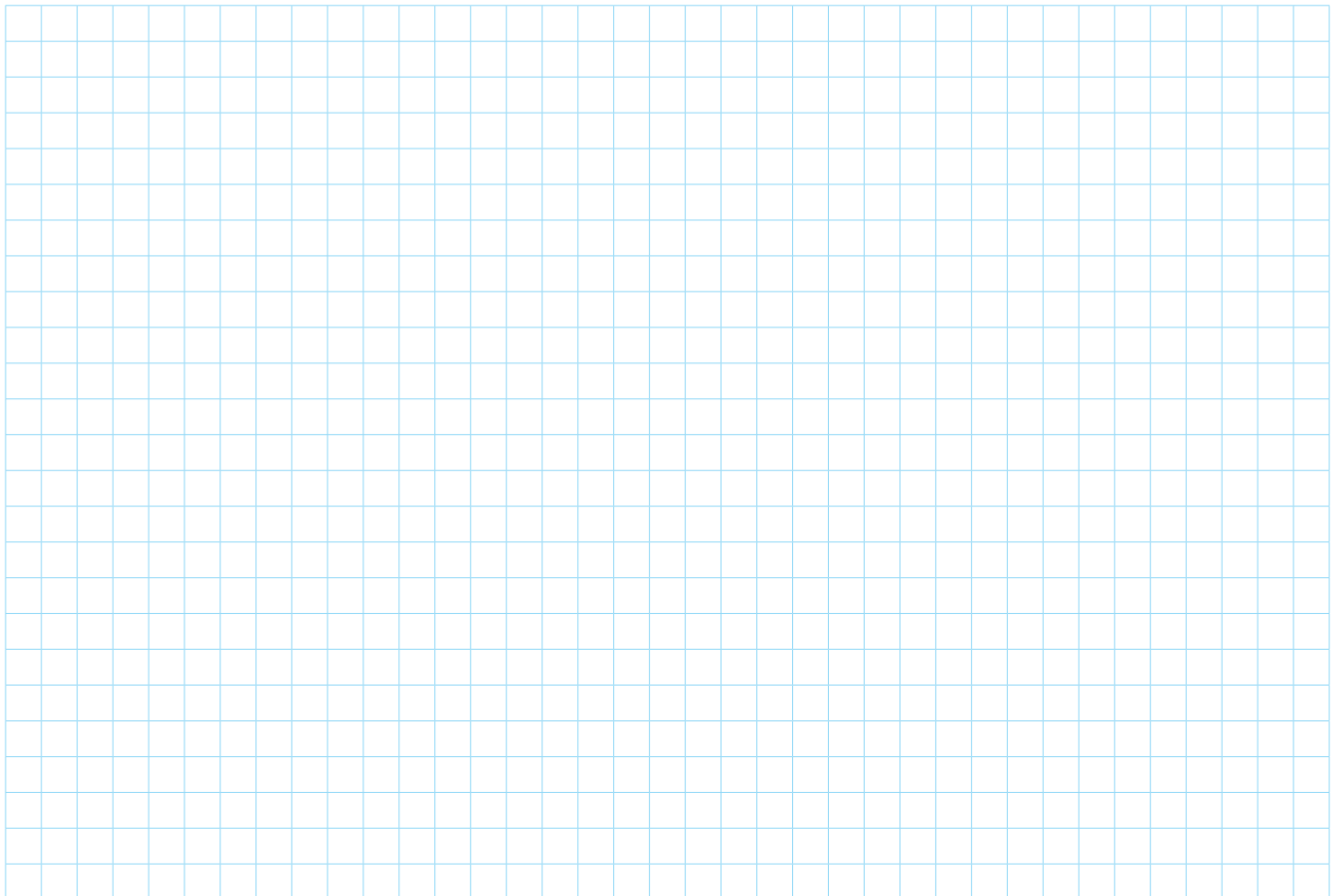


#### 4 Löse die Gleichungen!

a)	$23 - x = 15$	b)	$4 \cdot a = 36$	c)	$42 : x = 7$	d)	$b + 19 = 32$
e)	$a \cdot 8 = 72$	f)	$61 = 79 - x$	g)	$17 = b + 3$	h)	$x \cdot 12 = 36$

#### 5 Kontrolliere, ob die Gleichung richtig gelöst wurde, indem du die Probe machst!

a)	$2x = x + 4$ $x = 3$	b)	$2x + 9 = 3x$ $x = 9$	c)	$4x - 2 = 3x + 5$ $x = 7$	d)	$2x + 1 = x + 3$ $x = 4$
----	-------------------------	----	--------------------------	----	------------------------------	----	-----------------------------





## Gleichungen lösen – Teil 2

## Merke

Wenn eine Gleichung im Kopf für dich nicht mehr lösbar ist, kannst du dir mit dem Umformen der Gleichung helfen (Äquivalenzumformung). **Ziel der Umformung ist, dass die gesuchte Variable allein auf einer der beiden Gleichungsseiten stehen bleibt.**

$$\begin{array}{l} x + 2 = 3 \\ x + 2 - 2 = 3 - 2 \\ x = 1 \end{array}$$

$-2$  Man muss auf beiden Seiten **dieselbe Zahl subtrahieren.**

$$\begin{array}{l} x - 2 = 3 \\ x - 2 + 2 = 3 + 2 \\ x = 5 \end{array}$$

$+2$  Man muss auf beiden Seiten **dieselbe Zahl addieren.**

$$\begin{array}{l} 3 \cdot x = 6 \\ (3 \cdot x) : 3 = 6 : 3 \\ x = 2 \end{array}$$

$:3$  Man muss beide Seiten **durch dieselbe Zahl dividieren.** (außer 0!)

$$\begin{array}{l} \frac{x}{2} = 3 \\ \frac{x}{2} \cdot 2 = 3 \cdot 2 \\ x = 6 \end{array}$$

$\cdot 2$  Man muss beide Seiten **mit derselben Zahl multiplizieren.** (außer 0!)

$$\begin{array}{l} x + 1 = 3 \\ 3 = x + 1 \end{array} \quad \text{Man darf die Seiten der Gleichung } \mathbf{vertauschen}.$$

Rettungs-  
beispiel

Löse die Gleichung und mache die Probe!

$$\begin{array}{l} 5x + 2 = 32 \\ 5x + 2 - 2 = 32 - 2 \\ 5x = 30 \\ 5x : 5 = 30 : 5 \\ x = 6 \end{array}$$

Probe:  $5x + 2 = 32$   
 $5 \cdot 6 + 2 = 32$   
 $30 + 2 = 32$   
 $32 = 32$  w. A.  
 ✓

## 6 Löse die Gleichungen und kontrolliere mit der Probe!

a)  $2x + 1 = 7$

b)  $2 + 3a = 11$

c)  $15 = 5b - 5$

d)  $2x - 7 = 13$

## 7 Löse die Gleichungen und kontrolliere mit der Probe!

a)  $3x - 4 = x + 8$

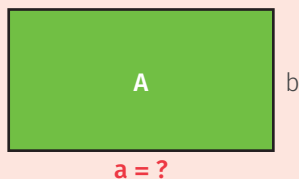
b)  $2x + 10 = 12x$

c)  $7x + 4 = 8x - 3$

d)  $4x + 1 = 2x + 5$

Rettungs-  
beispiel

Mithilfe der Umformungsregeln kann man auch Formeln umformen und somit eine unbekannte Größe berechnen, wie z. B. die Länge einer Seite eines Rechtecks.



$$\begin{array}{l} A = a \cdot b \\ \frac{A}{b} = a \end{array} \quad \left| : b \right.$$

## 8 Forme die Formeln so um, dass du die gesuchte Variable berechnen kannst!

a)  $u = 4 \cdot a$

$a = ?$

b)  $V = G \cdot h$

$h = ?$

$G = ?$

c)  $u = (a + b) \cdot 2$

$b = ?$

d)  $O = 2 \cdot G + M$

$G = ?$



## Gleichungen aufstellen

**Merke**

**Textaufgaben kann man in eine Gleichung übersetzen und somit lösbar machen.**

1. Für die unbekannte, gesuchte Größe setzt man eine Variable (Platzhalter), z. B.  $x$ ,  $y$ , ... ein.
2. Die Aufgabe wird mithilfe von Variablen, Zahlen und Operationszeichen in eine Gleichung übersetzt.

Z. B.: Zu welcher Zahl muss man 9 addieren, um 31 zu erhalten?

$$\begin{array}{r} x \\ + 9 \\ \hline = 31 \end{array}$$

Gleichung aufstellen:  $x + 9 = 31$     |  $- 9$   
 Gleichung lösen:  $x = 31 - 9$   
 $x = 22$     Die gesuchte Zahl lautet 22.

**9 „Übersetze“ die Aussage in die Sprache der Mathematik!**

	Das Vierfache einer Zahl verringert um 3	$4x - 3$
a)	Das Doppelte einer Zahl	
b)	Die Hälfte einer Zahl	
c)	Das Doppelte einer Zahl minus 1	
d)	Das Dreifache einer Zahl vermehrt um 7	

**10 Stelle eine Gleichung auf und löse sie anschließend!**

a)	Zu welcher Zahl muss man 17 addieren, um 41 zu erhalten?
b)	Von welcher Zahl muss man 28 subtrahieren, um 13 zu erhalten?
c)	Zu welcher Zahl muss man 11 addieren, um 54 zu erhalten?
d)	Von welcher Zahl muss man 31 subtrahieren, um 8 zu erhalten?

**11 Stelle eine Gleichung auf und löse sie anschließend!**

a)	Das Dreifache einer Zahl addiert mit 6 ergibt 21.
b)	Die Hälfte einer Zahl weniger 2 ergibt 8.
c)	Wenn man das Doppelte einer Zahl um 9 vermehrt, erhält man 21.

**Rettungs-  
beispiel**

Frau Maier ist um 8 Jahre jünger als Herr Maier. Gemeinsam sind sie 78 Jahre alt.

**Wie alt ist Herr Maier?**

1. Variable festlegen: **Herr Maier =  $x$**     **Frau Maier =  $x - 8$**
2. Gleichung aufstellen:  $x + x - 8 = 78$
3. Gleichung lösen:  $2x - 8 = 78$     |  $+ 8$   
 $2x = 86$     |  $: 2$   
 $x = 43$

4. Antwortsatz schreiben: Herr Maier ist 43 Jahre alt.

**12** Sabine ist um 5 Jahre jünger als Niki. Gemeinsam sind sie 23 Jahre alt.  
**Wie alt sind die beiden jeweils?****13** Marc ist um 2 Jahre älter als Susi. Gemeinsam sind sie 66 Jahre alt.  
**Wie alt ist Marc?****14** Herbert ist um 7 Jahre jünger als Sven. Gemeinsam sind sie 91 Jahre alt.  
**Wie alt ist Sven?**



## Lösungen

- 1** a)  $x = a + b; a = x - b; b = x - a$       b)  $x = c - b; b = c - x; c = x + b$
- 2** a)  $15 + x = 45 \rightarrow x = 30$       b)  $2y = 18 \rightarrow y = 9$   
c)  $a + 8 = 20 \rightarrow a = 12$       d)  $4x = 24 \rightarrow x = 6$
- 3** a)  $u = a + b + c$   
b)  $u = x + y + x + y \rightarrow u = 2x + 2y$   
c)  $u = 4x + 3x + x + x + 2x + x + x + 3x \rightarrow u = 16x$   
d)  $u = b + a + a + c + c + c + a + a \rightarrow u = 4a + b + 3c$
- 4** a)  $x = 8$       b)  $a = 9$       c)  $x = 6$       d)  $b = 13$   
e)  $a = 9$       f)  $x = 18$       g)  $b = 14$       h)  $x = 3$
- 5** a) falsch;  $x = 4$       b) richtig      c) richtig      d) falsch;  $x = 2$
- 6** a)  $x = 3$       b)  $a = 3$       c)  $b = 4$       d)  $x = 10$
- 7** a)  $x = 6$       b)  $x = 1$       c)  $x = 7$       d)  $x = 2$
- 8** a)  $a = u : 4$  oder  $a = \frac{u}{4}$   
b)  $h = V : G$  oder  $h = \frac{V}{G}$        $G = V : h$  oder  $G = \frac{V}{h}$   
c)  $b = u : 2 - a$  oder  $b = \frac{u}{2} - a$   
d)  $G = (O - M) : 2$  oder  $G = \frac{O - M}{2}$
- 9** a)  $2x$       b)  $x : 2$  oder  $\frac{x}{2}$       c)  $2x - 1$       d)  $3x + 7$
- 10** a)  $x + 17 = 41 \rightarrow x = 24$       b)  $x - 28 = 13 \rightarrow x = 41$   
c)  $x + 11 = 54 \rightarrow x = 43$       d)  $x - 31 = 8 \rightarrow x = 39$
- 11** a)  $3x + 6 = 21 \rightarrow x = 5$       b)  $\frac{x}{2} - 2 = 8 \rightarrow x = 20$       c)  $2x + 9 = 21 \rightarrow x = 6$
- 12** Niki:  $x$       Sabine:  $x - 5$        $x + (x - 5) = 23 \rightarrow x = 14$       Niki ist 14 Jahre alt, Sabine ist 9 Jahre alt.
- 13** Susi:  $x$       Marc:  $x + 2$        $x + (x + 2) = 66 \rightarrow x = 32$       Marc ist 34 Jahre alt.
- 14** Sven:  $x$       Herbert:  $x - 7$        $x + (x - 7) = 91 \rightarrow x = 49$       Sven ist 49 Jahre alt.