



## Variablen &amp; Gleichungen

**Merke**

**Variablen** ( $a, x, \dots$ ) werden auch **Unbekannte** oder **Platzhalter** genannt. Sie symbolisieren einen bestimmten Zahlenwert in einer Gleichung, der herausgefunden werden muss.

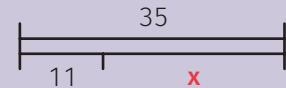
Gleichung:  $11 + x = 35$

Welcher Zahlenwert steckt hinter der Variablen  $x$ ?

Eine **Gleichung** ist dann richtig, wenn links und rechts vom Gleichheitszeichen derselbe Zahlenwert herauskommt.

$x = 24$ , denn  $11 + 24 = 35 \rightarrow 35 = 35 \checkmark$

Gleichungen können auch grafisch veranschaulicht werden:



Aus der Abbildung lassen sich nun folgende Gleichungen ableiten:

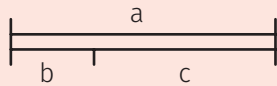
$11 + x = 35$

$35 - 11 = x$

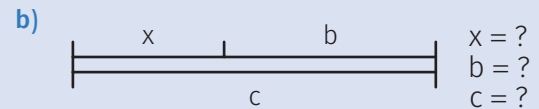
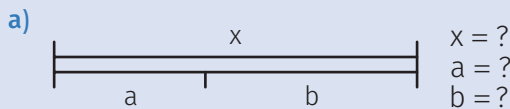
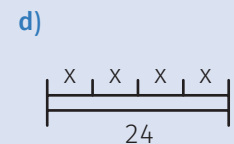
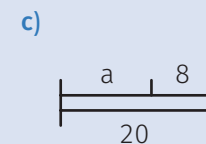
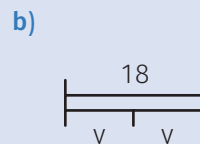
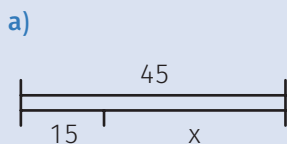
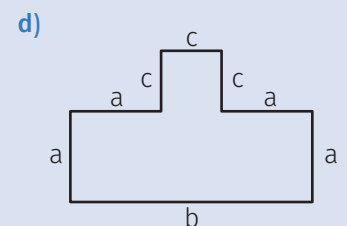
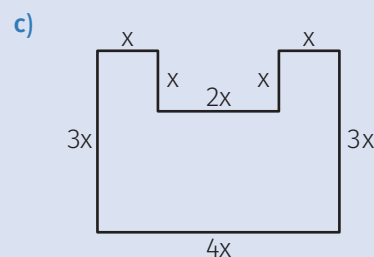
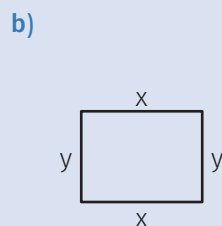
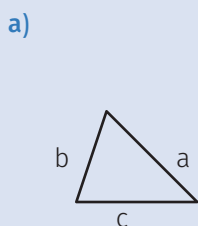
$35 - x = 11$

**Rettings-  
beispiel**

Gib alle drei möglichen Gleichungen zur Abbildung an!



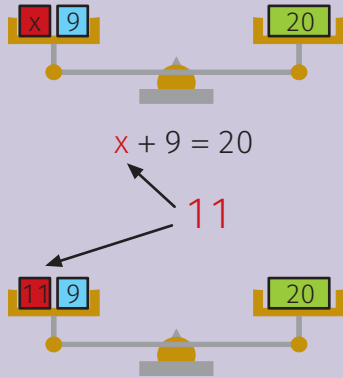
$a = b + c$   
 $b = a - c$   
 $c = a - b$

**1** Gib jeweils die entsprechenden Gleichungen an!**2** Gib jeweils eine Gleichung an und berechne anschließend den Wert der Variablen!**3** Wie lautet jeweils die Formel für den Umfang der Figur? Beginne mit  $u = \dots$ 



### Gleichungen l8sen - Teil 1

Merke



Eine Gleichung ist dann richtig, wenn **links** und **rechts** vom Gleichheitszeichen **derselbe** Zahlenwert herauskommt.

**Welche Zahl muss ich f8r x einsetzen, damit die Gleichung stimmt?**

Die Zahl **11** ist die L8sung der Gleichung:  $x = 11$

Das Ergebnis einer Gleichung kann mit einer Probe kontrolliert werden.

Probe:  $x + 9 = 20$

$11 + 9 = 20$

$20 = 20 \rightarrow$  Die Probe ergibt eine **wahre Aussage** (w. A.)!

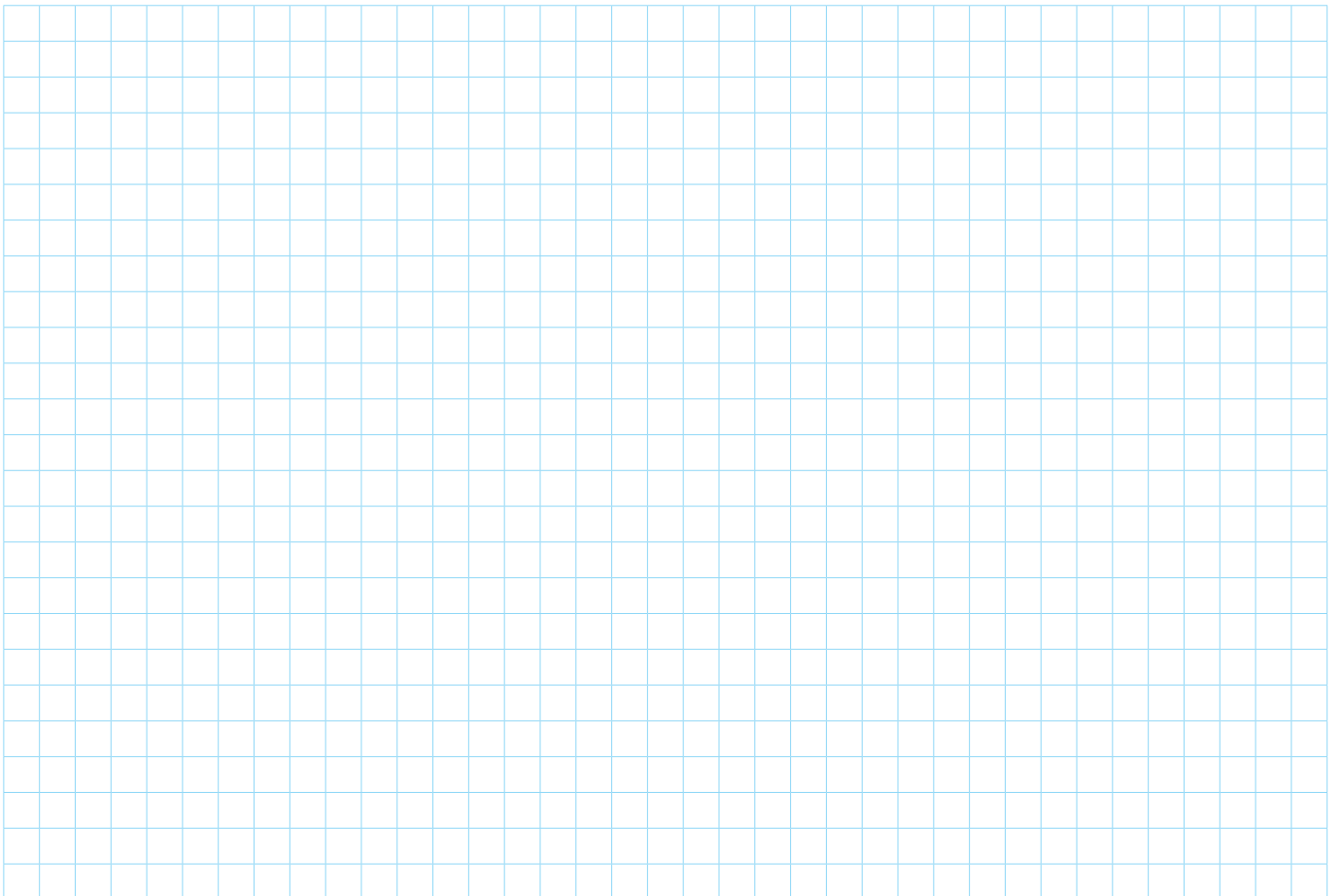


#### 4 L8se die Gleichungen!

|    |                  |    |                  |    |              |    |                   |
|----|------------------|----|------------------|----|--------------|----|-------------------|
| a) | $23 - x = 15$    | b) | $4 \cdot a = 36$ | c) | $42 : x = 7$ | d) | $b + 19 = 32$     |
| e) | $a \cdot 8 = 72$ | f) | $61 = 79 - x$    | g) | $17 = b + 3$ | h) | $x \cdot 12 = 36$ |

#### 5 Kontrolliere, ob die Gleichung richtig gel8st wurde, indem du die Probe machst!

|    |                         |    |                          |    |                              |    |                             |
|----|-------------------------|----|--------------------------|----|------------------------------|----|-----------------------------|
| a) | $2x = x + 4$<br>$x = 3$ | b) | $2x + 9 = 3x$<br>$x = 9$ | c) | $4x - 2 = 3x + 5$<br>$x = 7$ | d) | $2x + 1 = x + 3$<br>$x = 4$ |
|----|-------------------------|----|--------------------------|----|------------------------------|----|-----------------------------|





## Gleichungen lösen – Teil 2

## Merke

Wenn eine Gleichung im Kopf für dich nicht mehr lösbar ist, kannst du dir mit dem Umformen der Gleichung helfen (Äquivalenzumformung). **Ziel der Umformung ist, dass die gesuchte Variable allein auf einer der beiden Gleichungsseiten stehen bleibt.**

$$\begin{array}{l} x + 2 = 3 \\ x + 2 - 2 = 3 - 2 \\ x = 1 \end{array}$$

$-2$  Man muss auf beiden Seiten **dieselbe Zahl subtrahieren.**

$$\begin{array}{l} x - 2 = 3 \\ x - 2 + 2 = 3 + 2 \\ x = 5 \end{array}$$

$+2$  Man muss auf beiden Seiten **dieselbe Zahl addieren.**

$$\begin{array}{l} 3 \cdot x = 6 \\ (3 \cdot x) : 3 = 6 : 3 \\ x = 2 \end{array}$$

$:3$  Man muss beide Seiten **durch dieselbe Zahl dividieren.** (außer 0!)

$$\begin{array}{l} \frac{x}{2} = 3 \\ \frac{x}{2} \cdot 2 = 3 \cdot 2 \\ x = 6 \end{array}$$

$\cdot 2$  Man muss beide Seiten **mit derselben Zahl multiplizieren.** (außer 0!)

$$\begin{array}{l} x + 1 = 3 \\ 3 = x + 1 \end{array} \quad \text{Man darf die Seiten der Gleichung } \mathbf{vertauschen}.$$

Rettungs-  
beispiel

Löse die Gleichung und mache die Probe!

$$\begin{array}{l} 5x + 2 = 32 \\ 5x + 2 - 2 = 32 - 2 \\ 5x = 30 \\ 5x : 5 = 30 : 5 \\ x = 6 \end{array}$$

Probe:  $5x + 2 = 32$   
 $5 \cdot 6 + 2 = 32$   
 $30 + 2 = 32$   
 $32 = 32$  w. A.  
 ✓

## 6 Löse die Gleichungen und kontrolliere mit der Probe!

a)  $2x + 1 = 7$

b)  $2 + 3a = 11$

c)  $15 = 5b - 5$

d)  $2x - 7 = 13$

## 7 Löse die Gleichungen und kontrolliere mit der Probe!

a)  $3x - 4 = x + 8$

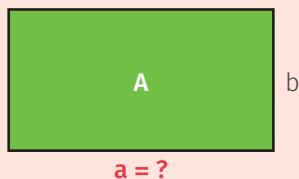
b)  $2x + 10 = 12x$

c)  $7x + 4 = 8x - 3$

d)  $4x + 1 = 2x + 5$

Rettungs-  
beispiel

Mithilfe der Umformungsregeln kann man auch Formeln umformen und somit eine unbekannte Größe berechnen, wie z. B. die Länge einer Seite eines Rechtecks.



$$\begin{array}{l} A = a \cdot b \\ \frac{A}{b} = a \end{array} \quad \left| : b \right.$$

## 8 Forme die Formeln so um, dass du die gesuchte Variable berechnen kannst!

a)  $u = 4 \cdot a$

$a = ?$

b)  $V = G \cdot h$

$h = ?$

$G = ?$

c)  $u = (a + b) \cdot 2$

$b = ?$

d)  $O = 2 \cdot G + M$

$G = ?$



## Gleichungen aufstellen

**Merke**

**Textaufgaben kann man in eine Gleichung übersetzen und somit lösbar machen.**

1. Für die unbekannte, gesuchte Größe setzt man eine Variable (Platzhalter), z. B.  $x$ ,  $y$ , ... ein.
2. Die Aufgabe wird mithilfe von Variablen, Zahlen und Operationszeichen in eine Gleichung übersetzt.

Z. B.: Zu welcher Zahl muss man 9 addieren, um 31 zu erhalten?

$$\underline{x} \quad \quad \quad \underline{+ 9} \quad \quad \quad \underline{= 31}$$

Gleichung aufstellen:  $x + 9 = 31$  |  $- 9$

Gleichung lösen:  $x = 31 - 9$

**$x = 22$**  Die gesuchte Zahl lautet 22.

**9 „Übersetze“ die Aussage in die Sprache der Mathematik!**

|    |  |          |
|----|--|----------|
|    | Das Vierfache einer Zahl verringert um 3 | $4x - 3$ |
| a) | Das Doppelte einer Zahl                  |          |
| b) | Die Hälfte einer Zahl                    |          |
| c) | Das Doppelte einer Zahl minus 1          |          |
| d) | Das Dreifache einer Zahl vermehrt um 7   |          |

**10 Stelle eine Gleichung auf und löse sie anschließend!**

|    |   |
|----|---|
| a) | Zu welcher Zahl muss man 17 addieren, um 41 zu erhalten?      |
| b) | Von welcher Zahl muss man 28 subtrahieren, um 13 zu erhalten? |
| c) | Zu welcher Zahl muss man 11 addieren, um 54 zu erhalten?      |
| d) | Von welcher Zahl muss man 31 subtrahieren, um 8 zu erhalten?  |

**11 Stelle eine Gleichung auf und löse sie anschließend!**

|    |  |
|----|--|
| a) | Das Dreifache einer Zahl addiert mit 6 ergibt 21.              |
| b) | Die Hälfte einer Zahl weniger 2 ergibt 8.                      |
| c) | Wenn man das Doppelte einer Zahl um 9 vermehrt, erhält man 21. |

**Rettungs-  
beispiel**

Frau Maier ist um 8 Jahre jünger als Herr Maier. Gemeinsam sind sie 78 Jahre alt.

**Wie alt ist Herr Maier?**

1. Variable festlegen: **Herr Maier =  $x$**     **Frau Maier =  $x - 8$**

2. Gleichung aufstellen:  $x + x - 8 = 78$

3. Gleichung lösen:  $2x - 8 = 78$  |  $+ 8$   
 $2x = 86$  |  $: 2$   
 **$x = 43$**

4. Antwortsatz schreiben: Herr Maier ist 43 Jahre alt.

**12 Sabine ist um 5 Jahre jünger als Niki. Gemeinsam sind sie 23 Jahre alt.  
Wie alt ist sind die beiden jeweils?****13 Marc ist um 2 Jahre älter als Susi. Gemeinsam sind sie 66 Jahre alt.  
Wie alt ist Marc?****14 Herbert ist um 7 Jahre jünger als Sven. Gemeinsam sind sie 91 Jahre alt.  
Wie alt ist Sven?**



## Lösungen

- 1** a)  $x = a + b; a = x - b; b = x - a$       b)  $x = c - b; b = c - x; c = x + b$
- 2** a)  $15 + x = 45 \rightarrow x = 30$       b)  $2y = 18 \rightarrow y = 9$   
c)  $a + 8 = 20 \rightarrow a = 12$       d)  $4x = 24 \rightarrow x = 6$
- 3** a)  $u = a + b + c$   
b)  $u = x + y + x + y \rightarrow u = 2x + 2y$   
c)  $u = 4x + 3x + x + x + 2x + x + x + 3x \rightarrow u = 16x$   
d)  $u = b + a + a + c + c + c + a + a \rightarrow u = 4a + b + 3c$
- 4** a)  $x = 8$       b)  $a = 9$       c)  $x = 6$       d)  $b = 13$   
e)  $a = 9$       f)  $x = 18$       g)  $b = 14$       h)  $x = 3$
- 5** a) falsch;  $x = 4$       b) richtig      c) richtig      d) falsch;  $x = 2$
- 6** a)  $x = 3$       b)  $a = 3$       c)  $b = 4$       d)  $x = 10$
- 7** a)  $x = 6$       b)  $x = 1$       c)  $x = 7$       d)  $x = 2$
- 8** a)  $a = u : 4$  oder  $a = \frac{u}{4}$   
b)  $h = V : G$  oder  $h = \frac{V}{G}$        $G = V : h$  oder  $G = \frac{V}{h}$   
c)  $b = u : 2 - a$  oder  $b = \frac{u}{2} - a$   
d)  $G = (O - M) : 2$  oder  $G = \frac{O - M}{2}$
- 9** a)  $2x$       b)  $x : 2$  oder  $\frac{x}{2}$       c)  $2x - 1$       d)  $3x + 7$
- 10** a)  $x + 17 = 41 \rightarrow x = 24$       b)  $x - 28 = 13 \rightarrow x = 41$   
c)  $x + 11 = 54 \rightarrow x = 43$       d)  $x - 31 = 8 \rightarrow x = 39$
- 11** a)  $3x + 6 = 21 \rightarrow x = 5$       b)  $\frac{x}{2} - 2 = 8 \rightarrow x = 20$       c)  $2x + 9 = 21 \rightarrow x = 6$
- 12** Niki:  $x$       Sabine:  $x - 5$        $x + (x - 5) = 23 \rightarrow x = 14$       Niki ist 14 Jahre alt, Sabine ist 9 Jahre alt.
- 13** Susi:  $x$       Marc:  $x + 2$        $x + (x + 2) = 66 \rightarrow x = 32$       Marc ist 34 Jahre alt.
- 14** Sven:  $x$       Herbert:  $x - 7$        $x + (x - 7) = 91 \rightarrow x = 49$       Sven ist 49 Jahre alt.