

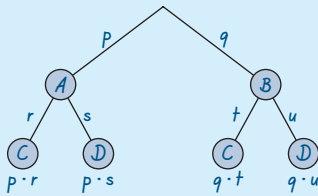
3.2 Berechnen von Wahrscheinlichkeiten



Oft helfen **Baumdiagramme** oder **Vierfeldertafeln** bei der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten.
Für bedingte Wahrscheinlichkeiten sind die **Vierfeldertafeln** hilfreich!

BAUMDIAGRAMM

mit zwei Merkmalen mit zwei Ausprägungen



Im Baumdiagramm gelten die **Pfadregeln**:

1. Die Wahrscheinlichkeiten an Pfaden entspricht dem Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten.
2. Setzt sich ein Ereignis aus mehreren Pfaden zusammen, so addiert man die einzelnen Pfadwahrscheinlichkeiten z.B.
 $P(C) = p \cdot r + q \cdot t$.

VIERFELDERTAFEL

(in Klammern die Wahrscheinlichkeiten aus dem obigen Baumdiagramm)

	A	B	
C	$a(p \cdot r)$	$b(q \cdot t)$	$a + b$
D	$c(p \cdot s)$	$d(q \cdot u)$	$c + d$
	$a + c$	$b + d$	$a + b + c + d$

SATZ VON BAYES

$$P_B(A_i) = \frac{P(A_i) \cdot P_{A_i}(B)}{P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + \dots + P(A_n) \cdot P_{A_n}(B)} \cdot P_A(B)$$

BEDINGTE WAHRSCHEINLICHKEIT

$P_A(C) = \frac{a}{a+c}$ Die Wahrscheinlichkeit für C unter der Bedingung, dass A eintritt.

$P_B(D) = \frac{d}{b+d}$ Die Wahrscheinlichkeit für D unter der Bedingung, dass B eintritt.

ADDITIONSSÄTZE

Für zwei Ereignisse gilt allgemein:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

falls $A \cap B = \emptyset$ gilt speziell:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

SPEZIELLER MULTIPLIKATIONSSATZ

Für n unabhängige Ergebnisse gilt:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

TOTALE WAHRSCHEINLICHKEIT

Bedingungen: $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = S$ (Ergebnismenge) und $A_i \cap A_j = \emptyset$

Dann gilt für jedes Ereignis:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + \dots + P(A_n) \cdot P_{A_n}(B)$$