

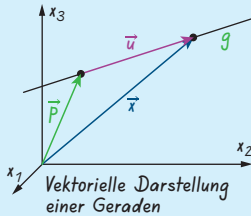
2.7

2.8

Geraden, Strecken & Ebenen

GERADEN

- Geradengleichung: $g: \vec{x} = \vec{p} + t \cdot \vec{u}$
 $\vec{x}$: Ortsvektor von jedem beliebigen Punkt der Ebene
 $\vec{p}$: Stützvektor
 t (auch $r, s, \lambda, \mu \dots$): Parameter
 $\vec{u}$: Richtungsvektor



- Gleichung aus zwei Punkten A und B aufstellen: $g: \vec{x} = \vec{a} + t \cdot \vec{AB}$ mit

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$$

STRECKEN

- Lässt man in einer Geradengleichung $\vec{x} = \vec{p} + t \cdot \vec{u}$ für den Parameter nur Werte eines abgeschlossenen Intervalls zu, entsteht eine Strecke.
- Gilt in $g: \vec{x} = \vec{a} + t \cdot \vec{AB}$ $0 \leq t \leq 1$ erhält man die Strecke AB.

EBENEN

- Parametergleichung:

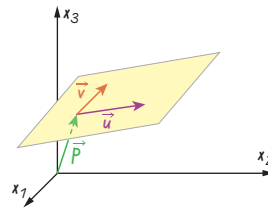
$$E: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$$

$\vec{x}$: Ortsvektor

eines beliebigen Punktes auf E $\vec{u}; \vec{v}$:

Richtungsvektoren (auch: Spannvektoren)

$r, s \dots$ (auch $\lambda, \mu \dots$): Parameter



- Parametergleichung aus drei Punkten

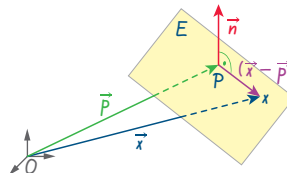
$$A(a_1 | a_2 | a_3), B(b_1 | b_2 | b_3), C(c_1 | c_2 | c_3)$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} c_1 - a_1 \\ c_2 - a_2 \\ c_3 - a_3 \end{pmatrix}$$

- Normalengleichung:

$$E: [\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n} = 0$$

$\vec{x}; \vec{p}$: Bedeutung wie oben $\vec{n}$: Normalenvektor, steht senkrecht auf E.



- Koordinatengleichung:

$$E: n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 = d$$

(„ausmultiplizierte“ Normalengleichung)

$\vec{n}, x$: wie oben $d = \vec{p} \cdot \vec{n}$



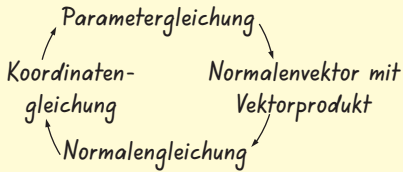
2.7

2.8

Geraden, Strecken & Ebenen

UMWANDLUNG VON EBENEN

- Umwandlung der Ebenengleichungen in eine anderen Form:



- Bestimmung des Normalenvektors mithilfe des Vektorprodukts (Kreuzprodukts):

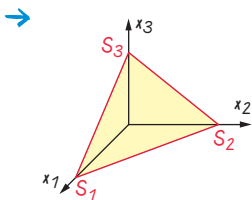
$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 \\ u_1 v_2 - u_2 v_1 \end{pmatrix}$$

BESONDERE GERADEN

- Ursprungsgerade: $\vec{x} = t \cdot \vec{u}$
- x_1 -Achse: $\vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- x_2 -Achse: $\vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- x_3 -Achse: $\vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

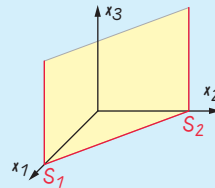
DARSTELLUNG VON EBENEN

- Zeichnerische Darstellung mithilfe der Spurpunkte und Spurgeraden
- Spurpunkte (Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen):
 $S_1(x_1 | 0 | 0)$; $S_2(0 | x_2 | 0)$; $S_3(0 | 0 | x_3)$
- Spurgeraden: Schnittgeraden mit den Koordinatenebenen, gehen jeweils durch zwei Spurpunkte



EBENEN MIT BESONDERER LAGE

- parallel zu einer Koordinatenachse:
im Normalenvektor ist die entsprechende Koordinate 0; nur zwei Spurpunkte
Beispiel: parallel zur x_3 -Achse:
E: $3x_1 + 5x_2 = 15$



- parallel zu zwei Koordinatenachsen:
im Normalenvektor beide entsprechenden Koordinaten 0, nur ein Spurpunkt.
Beispiel: E: $2x_1 = 8$

