

2.5 Vektorrechnung

2.6 & Skalarprodukt

- ⇒ Wichtiges zu Vektoren
- ⇒ Welche Regeln gelten beim Rechnen mit Vektoren?
- ⇒ Was ist das Skalarprodukt und wofür braucht man es?

VEKTOREN

- Ein Vektor ist ein Repräsentant einer Verschiebung, bildhaft dargestellt als Pfeil.
- Schreibweise: $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$
- Betrag (Länge) eines Vektors:
 $|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$

RECHNEN MIT VEKTOREN

- Addition: $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$
- Subtraktion: $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$
- Multiplikation mit reeller Zahl:
 $k \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \\ k \cdot a_3 \end{pmatrix}$

WICHTIGE VEKTOREN

- Einheitsvektor $\vec{v}_0 = \frac{1}{|\vec{v}|} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$
- Gegenvektor $-\vec{v}$: zeigt in die entgegengesetzte Richtung von $\vec{v}$
- Ortsvektor des Punktes A:
 $\vec{OA} = \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ ist der Vektor vom Ursprung zum Punkt A. In Geraden- und Ebenengleichung wird er **Stützvektor** genannt.
- Richtungsvektor: Gibt die Richtung einer Geraden an; heißt in der Parametergleichung der Ebene auch **Spannvektor**.
- Normalenvektor $\vec{n}$: steht senkrecht auf der Ebene

SKALARPRODUKT

- $\vec{a} \circ \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$
Anwendung in der Winkelberechnung:
- Gilt $\vec{a} \circ \vec{b} = 0$, stehen die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ rechtwinklig zueinander.
- Schnittwinkel:
Gerade-Gerade
 $\cos \alpha = \frac{|\vec{u} \circ \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$
- Ebene-Ebene
 $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \circ \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$
- Gerade-Ebene
 $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \circ \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$