1.5 Stammfunktionen & Integrale

STAMMFUNKTION

entspricht dem unbestimmten Integral $F(x) = \int f(x)\,dx + c$

BESTIMMTES INTEGRAL

Beim bestimmten Integral kommen zum unbestimmten Integral die Integrationsgrenzen dazu:

$$\int_b^a f(x)\,dx$$

Das Bilden der Stammfunktion F(x) entspricht dem „umgekehrten Ableiten". Daher sind die Regeln zum Bilden ähnlich und die Ableitung der Stammfunktion entspricht der Funktion ($F'(x) = f(x)$).

REGELN ZUM BILDEN DER STAMMFUNKTION:

→ Potenzregel:	$f(x) = x^n$	$F(x) = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1}$
Beispiel:	$f(x) = x^3$	$F(x) = \frac{1}{3+1} \cdot x^{3+1} = \frac{1}{4} \cdot x^4$
→ Faktorregel:	$f(x) = a \cdot g(x)$	$F(x) = a \cdot G(x)$
Beispiel:	$f(x) = 2 \cdot x^3$	$F(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} x^4\right)$
→ Summenregel:	$f(x) = g(x) + h(x)$	$F(x) = G(x) + H(x)$
Beispiel:	$f(x) = x^3 + x^2$	$F(x) = \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{3} x^3$

Falls die Funktion z.B. ein Produkt einer ganzrationalen und einer exponentiellen Funktion ist, kann man die Stammfunktion nur mit Integrationsregeln bestimmen. Diese Regeln sind in der Formelsammlung zu finden. Häufig ist lediglich der Nachweis der Stammfunktion durch das bilden der Ableitung gefordert.

HAUPTSATZ DER DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG

Das Integral beschreibt die Bilanzsumme der Flächeninhalte zwischen Graph und x-Achse. Flächen oberhalb werden dabei positiv und Flächen unterhalb werden dabei negativ gerechnet.

Zur Berechnung dient die Formel: $\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$