

Lösungen zu den Seiten 16–18

Kapitel 1: Zuordnungen und Proportionalität

Kapitel 1: Zuordnungen und Proportionalität

Test 1: Zuordnungen und Zahlenpaare

► Seite 16

- 1 Die Zuordnung $x \mapsto y$ beschreibt, wie sich die Größe y in Abhängigkeit von der Größe x verändert. x und y sind direkt proportional zueinander. Wenn man x verdreifacht, dann muss sich auch y verdreifachen. Die Angabe $(3|5)$ ist ein geordnetes Zahlenpaar. Verschiedene Angaben dieser Art können in einer Wertetabelle zusammengefasst werden. Die grafische Darstellung einer Zuordnung erfolgt in einem Achsenkreuz. Es besteht aus zwei Zahlenstrahlen, die senkrecht zueinander liegen.

2 a)

x	1	2	4	5
y	1,5	3	6	7,5
$\frac{y}{x}$	1,5	1,5	1,5	1,5

b)

x	2	3	4	6
y	6	4	3	2
$x \cdot y$	12	12	12	12

- 3 a) A $(1|2)$; B $(3|4)$; C $(6|7)$ Wenn du von Punkt A aus eine senkrechte Linie zeichnest, so schneidet sie die x -Achse bei 1. Ebenso schneidet eine waagerechte Linie durch A die y -Achse bei 2.
b) Mögliche Lösungen sind z. B.: D $(0|1)$; E $(2|3)$
c) Nein! Eine Halbgerade, die einen proportionalen Zusammenhang zwischen x und y darstellt, müsste im Ursprung $(0|0)$ beginnen.

Test 2: Proportionalität (1)

► Seite 17

- 1 a) p b) x c) p d) p e) x
zu b): Eine verdoppelte Seitenlänge führt auf den vierfachen Flächeninhalt, z. B. $3 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 9 \text{ m}^2$ und $6 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 36 \text{ m}^2$ mit $6 \text{ m} = 2 \cdot 3 \text{ m}$, aber $36 \text{ m}^2 = 4 \cdot 9 \text{ m}^2$.
Zu d): Wenn du kürzt, z. B. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, dann änderst du dadurch nicht den Wert des Bruches. Beide Brüche, $\frac{3}{6}$ und $\frac{1}{2}$, sind also quotientengleich.

- 2 a) $\begin{matrix} :4 \left(\begin{matrix} 4 \triangleq 28 \\ 1 \triangleq 7 \end{matrix} \right) :4 \\ \cdot 9 \left(\begin{matrix} 9 \triangleq 63 \end{matrix} \right) \cdot 9 \end{matrix}$
b) $\begin{matrix} :7,5 \left(\begin{matrix} 7,5 \triangleq 45 \\ 1 \triangleq 6 \end{matrix} \right) :7,5 \\ \cdot 5,5 \left(\begin{matrix} 5,5 \triangleq 33 \end{matrix} \right) \cdot 5,5 \end{matrix}$
c) $\begin{matrix} :3 \left(\begin{matrix} 36 \triangleq 120 \\ 12 \triangleq 40 \end{matrix} \right) :3 \\ \cdot 11 \left(\begin{matrix} 132 \triangleq 440 \end{matrix} \right) \cdot 11 \end{matrix}$

- 3 a) $12 \text{ R.} \triangleq 14,40 \text{ €}$
 $1 \text{ R.} \triangleq 14,40 \text{ €} : 12 = 1,20 \text{ €}$
 $18 \text{ R.} \triangleq 1,20 \text{ €} \cdot 18 = 21,60 \text{ €}$

- b) $66 \text{ km} \triangleq 2 \text{ h } 12 \text{ min} = 132 \text{ min}$
 $1 \text{ km} \triangleq 132 \text{ min} : 66 = 2 \text{ min}$
 $80 \text{ km} \triangleq 2 \text{ min} \cdot 80 = 160 \text{ min} = 2 \text{ h } 40 \text{ min}$
 $2 \text{ h } 40 \text{ min} > 2 \text{ h } 30 \text{ min}$
 $\Rightarrow$ Anke sollte noch trainieren!

- 4 Berechne zuerst das Produkt $18 \cdot 7,5 = 135$; prüfe dann auf Proportionalität.
a) ip, denn $3 \cdot 45 = 135$
b) x, denn $22 \cdot 6 = 132 \neq 135$
c) ip, denn $15 \cdot 9 = 135$
d) ip, denn $0,25 \cdot 540 = 135$

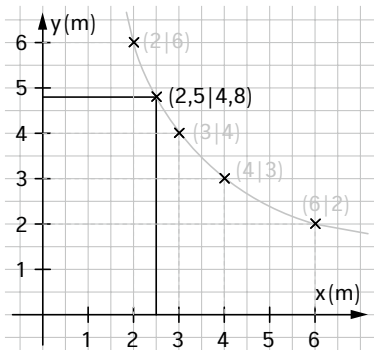
- 5 a) $\begin{matrix} :6 \left(\begin{matrix} 6 \triangleq 8 \\ 1 \triangleq 48 \end{matrix} \right) \cdot 6 \\ \cdot 16 \left(\begin{matrix} 16 \triangleq 3 \end{matrix} \right) \cdot 16 \end{matrix}$
b) $\begin{matrix} :5 \left(\begin{matrix} 5 \triangleq 25 \\ 1 \triangleq 125 \end{matrix} \right) \cdot 5 \\ \cdot 25 \left(\begin{matrix} 25 \triangleq 5 \end{matrix} \right) \cdot 25 \end{matrix}$
c) $\begin{matrix} :18 \left(\begin{matrix} 18 \triangleq 4 \\ 1 \triangleq 72 \end{matrix} \right) \cdot 18 \\ \cdot 24 \left(\begin{matrix} 24 \triangleq 3 \end{matrix} \right) \cdot 24 \end{matrix}$

Test 3: Proportionalität (2)

► Seite 18–19

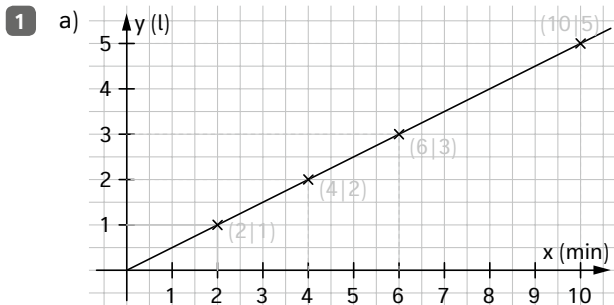
- 1 a) x, es gibt keinen solchen Zusammenhang zwischen Temperatur und Tageszeit.
b) p, direkt proportional, denn: Je länger die Maschine läuft, desto mehr Papier wird bedruckt (je mehr, desto mehr).
c) ip, indirekt proportional, denn: Je mehr Pumpen laufen, desto weniger Zeit wird benötigt.
- 2 a) Vorüberlegung: Je mehr Teilnehmer mitfahren, desto mehr Getränke werden benötigt; also: direkte Proportionalität.
 $8 \text{ P.} \triangleq 20 \text{ l}$
 $1 \text{ P.} \triangleq 2,5 \text{ l}$
 $10 \text{ P.} \triangleq 25 \text{ l}$
Sie muss 25 Liter Getränke bereitstellen.
b) Vorüberlegung: Je mehr Teilnehmer mitfahren, desto weniger muss jeder zahlen (wenn der Gesamtbetrag nicht von der Personenzahl abhängt, wie das bei einer Miete für einen Wagen der Fall ist). Also: indirekte Proportionalität.
 $8 \text{ P.} \triangleq 10,50 \text{ €}$
 $1 \text{ P.} \triangleq 84 \text{ €}$
 $10 \text{ P.} \triangleq 8,40 \text{ €}$
Jeder Teilnehmer zahlt nun 8,40 €.
c) Die Fahrzeit hängt nicht von der Zahl der Personen ab (sondern von Fahrweise und Verkehrsverhältnissen). Die Abfahrtszeit ändert sich nicht.

- 3 a) Flächeninhalt $A = 2,5 \text{ m} \cdot 4,8 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$.
Die Zuordnung ist direkt proportional (je mehr Fläche, desto mehr Farbe).
 $5 \text{ m}^2 \triangleq 0,5 \text{ l}$
 $1 \text{ m}^2 \triangleq 0,1 \text{ l}$
 $12 \text{ m}^2 \triangleq 1,2 \text{ l}$
Mona muss 3 Dosen (1,5 l) kaufen.
- b) Bei gleichem Flächeninhalt ist das Produkt von Breite x und Länge y konstant; die Zuordnung ist also indirekt proportional und die Kurve eine Hyperbel.



- 4 a) Quotient $\frac{y}{x} = \frac{15}{6} = 2\frac{1}{2} = 2,5 \Rightarrow (2|5); (18|45); (9|22,5); (36|90); (0,5|1,25)$
- b) Produkt $x \cdot y = 6 \cdot 15 = 90 \Rightarrow (2|45); (9|10); (1|90); (0,5|180)$

Test 4: Gemischte Aufgaben ▶ Seite 20–21



b)

x	1	3	2	6	4	10
y	0,5	1,5	1	3	2	5

$\frac{y}{x} = 0,5$

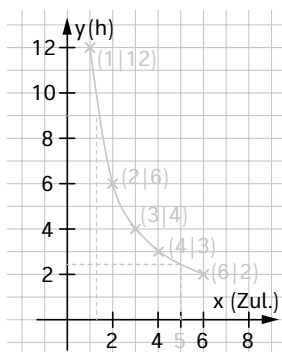
- c) Zulauf: 1 l in 2 min $\triangleq$ 3 l in 6 min
Ablauf: 0,5 l in 3 min $\triangleq$ 1 l in 6 min
Zulauf – Ablauf: 2 l in 6 min
 $2 \text{ l} \triangleq 6 \text{ min}$
 $1 \text{ l} \triangleq 6 \text{ min} : 2 = 3 \text{ min}$
 $13 \text{ l} \triangleq 3 \text{ min} \cdot 13 = 39 \text{ min}$
Das Waschbecken läuft nach 39 Minuten über.

- 2 a) 8 A. $\triangleq$ 15 d
 $1 \text{ A.} \triangleq 15 \text{ d} : 8 = 120 \text{ d}$
 $6 \text{ A.} \triangleq 120 \text{ d} : 6 = 20 \text{ d}$
6 Arbeiter benötigen 20 Tage.

- b) $8 \text{ m} \triangleq 2,5 \text{ m}$
 $1 \text{ m} \triangleq 2,5 \text{ m} : 8 = 20 \text{ m}$
 $5 \text{ m} \triangleq 20 \text{ m} : 5 = 4 \text{ m}$
Die Kante a muss dann 4 m lang sein.
Die ursprüngliche Länge von b beträgt
 $b = 20 \text{ m}^2 : 2,5 \text{ m} = 8 \text{ m}$, dies entspricht der Kantenlänge a = 2,5 m (1. Zeile). Gesucht ist die Länge von a für $b = 8 \text{ m} - 3 \text{ m} = 5 \text{ m}$ (3. Zeile).

- 3 a) Das Produkt der Zahlen muss dem Produkt des vorgegebenen Zahlenpaares, also $3 \cdot 4 = 12$ entsprechen; z. B.: (1|12), denn $1 \cdot 12 = 12$.

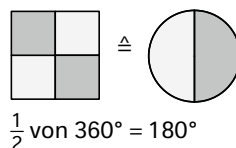
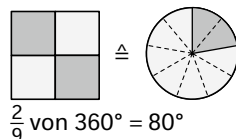
x (Zul.)	1	2	3	4	6
y (h)	12	6	4	3	2



- b) Gehe von der Zahl 5 auf der x-Achse senkrecht hoch bis zur Kurve (Hyperbel) und dann waagrecht bis zur y-Achse. Dort liest du die gesuchte Zuflusszeit von ca. 2,4 h ab.
- c) 2 Zulaufe füllen den Pool in 6 Stunden:
 $2 \text{ Z.} \cdot 6 \text{ h} = 12 \text{ Zh}$ (Zh = „Zulaufstunden“).
Nach 3 h wurden erst 6 Zh erbracht, sodass die restlichen $12 \text{ Zh} - 6 \text{ Zh} = 6 \text{ Zh}$ von einem einzigen Zulauf erbracht werden müssen. Dieser Zulauf benötigt weitere 6 Zh : 1 Z = 6 h.
Insgesamt: $3 \text{ h} + 6 \text{ h} = 9 \text{ h}$.
Aus der Grafik liest man ab, dass der Füllzeit von 9 h „effektiv“ etwa 1,33 Zulaufen entsprechen ($12 \text{ Zh} : 9 \text{ h} = 1,33 \text{ Z}$).

4 a) $\frac{3}{4} \triangleq \frac{1}{3}$
 $1 \triangleq \frac{1}{3} : \frac{3}{4} = \frac{4}{9}$
 $\frac{2}{4} \triangleq \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{9}$

b) $\frac{3}{4} \triangleq \frac{1}{3}$
 $1 \triangleq \frac{1}{3} : \frac{3}{4} = \frac{4}{4}$
 $\frac{2}{4} \triangleq \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$



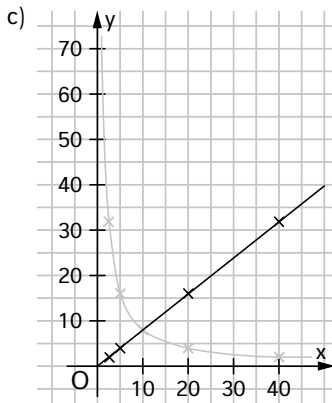
Klassenarbeit Nr. 1

▶ Seite 22–24

Falls nicht anders angegeben, gibt es für jede Teilaufgabe bzw. jeden Teilschritt einen Punkt.

- 1 Der Wert einer Größe x wird verdoppelt. Bei direkter Proportionalität muss sich der Wert von y **verdoppeln**. Bei indirekter Proportionalität muss sich der Wert von y **halbieren**. Die Zahlenpaare zweier Größen x und y werden in einer **Wertetabelle** notiert. Bei direkter Proportionalität muss der **Quotient** $\frac{y}{x}$ konstant sein, bei indirekter Proportionalität prüft man das **Produkt** $x \cdot y$ auf Konstanz. Bei Darstellungen im Achsenkreuz erkennt man die **direkte** Proportionalität an einer Halbgeraden, die vom Ursprung aus verläuft und die **indirekte** Proportionalität an einer Kurve, die Hyperbel genannt wird.
- je 0,5 P

- 2 a) Der Faktor, mit dem man den x -Wert 10 multiplizieren muss, um den Wert 5 des zweiten Zahlenpaares zu erhalten, ist 0,5. Damit ergibt sich für den y -Wert des Zahlenpaares: $8 \cdot 0,5 = 4$, also (5|4). Verfahre mit den anderen Punkten nach dem gleichen Prinzip. (20|16); (2,5|2); (40|32)
- je 0,5 P
- b) Aus den x - und y -Werten 10 und 8 berechnet man das Produkt $10 \cdot 8 = 80$. Da das Produkt konstant bleiben muss, kannst du den gesuchten Wert immer finden, indem du dir überlegst, wie er sein muss, damit er mit dem bekannten Wert des Zahlenpaares das Produkt 80 bildet. Der y -Wert des ersten gesuchten Paares muss also 16 sein, denn $5 \cdot 16 = 80$, also (5|16). Verfahre mit den anderen Punkten nach dem gleichen Prinzip. (20|4), (40|2), (2,5|32).
- je 0,5 P



- 3 a) Je mehr desto mehr $\Rightarrow p$
b) Weder noch (Die Anzahl Handys pro Schüler ist nicht von der Anzahl der Jugendlichen abhängig) $\Rightarrow x$
c) Je mehr desto weniger $\Rightarrow ip$
d) Stammbrüche haben alle den Zähler 1, also: Je größer der Nenner, desto kleiner der Wert des Bruches $\Rightarrow ip$
e) Je mehr desto mehr $\Rightarrow p$
- 4 a) Das gegebene Zahlenpaar führt auf $24 : 8 = 3$.

x	4	6	8	12	64
y	12	18	24	36	192

je 0,5 P.

- b) Das gegebene Zahlenpaar führt auf $24 \cdot 8 = 192$.

x	16	6	8	$5\frac{1}{3}$	64
y	12	32	24	36	3

je 0,5 P.

- 5 a) Je größer die Fläche, desto mehr Farbe $\Rightarrow$ proportional
 $75 \text{ m}^2 \triangleq 15 \text{ l}$
 $1 \text{ m}^2 \triangleq 15 \text{ l} : 75 = 0,2 \text{ l}$
 $224 \text{ m}^2 \triangleq 0,2 \text{ l} \cdot 224 = 44,8 \text{ l}$
Antwort: Hr. Gross benötigt etwa 45 l Farbe, also genau drei Eimer.
- b) Je größer die Fläche, desto länger die Arbeitszeit $\Rightarrow$ proportional
 $25 \text{ m}^2 \triangleq 2 \text{ Stunden} = 120 \text{ min}$
 $1 \text{ m}^2 \triangleq 120 \text{ min} : 25 = 4,8 \text{ min}$
 $224 \text{ m}^2 \triangleq 4,8 \text{ min} \cdot 224 = 1075,2 \text{ min} \approx 17 \text{ h } 55 \text{ min}$
Antwort: Hr. Gross braucht knapp 18 Stunden.
- c) $1 \text{ h} \triangleq 12,5 \text{ m}^2$
 $1,5 \text{ h} \triangleq 18,75 \text{ m}^2$
Nach 1,5 Stunden sind noch
 $224 \text{ m}^2 - 18,75 \text{ m}^2 = 205,25 \text{ m}^2$ zu streichen.
Je mehr Personen, desto weniger Arbeitszeit $\Rightarrow$ indirekt proportional
 $1 \text{ Person} \triangleq 205,25 \cdot 4,8 \text{ min} = 985,2 \text{ min}$
 $3 \text{ Personen} \triangleq 985,2 \text{ min} : 3 = 328,4 \text{ min} \approx 5 \text{ h } 28 \text{ min}$
Wenn sie zu dritt weiterarbeiten, dauert es noch rund 5,5 Stunden, bis sie fertig sind.
- 6 a) 6 Arbeiter, 8 h Arbeit $\Rightarrow 12$ Tage
 $1 \text{ Arbeiter, } 8 \text{ h Arbeit} \Rightarrow 12 \text{ Tage} \cdot 6 = 72 \text{ Tage}$
 $1 \text{ Arbeiter, } 1 \text{ h Arbeit} \Rightarrow 72 \text{ Tage} \cdot 8 = 576 \text{ Tage}$
 $1 \text{ Arbeiter, } 9 \text{ h Arbeit} \Rightarrow 576 \text{ Tage} : 9 = 64 \text{ Tage}$
 $4 \text{ Arbeiter, } 9 \text{ h Arbeit} \Rightarrow 64 \text{ Tage} : 4 = 16 \text{ Tage}$
Sechs Arbeiter, die täglich 9 h arbeiten, brauchen insgesamt 16 Tage, bis die Bahn fertig ist.
- 2 P
- b) Da schon 4 Tage vergangen sind, müssten die 4 Arbeiter noch 12 Tage nach dem alten Prinzip arbeiten. Da ein Hilfsarbeiter nur $\frac{2}{3}$ eines Gesellen leistet, kann man die 3 Hilfsarbeiter wie zwei Gesellen rechnen, denn $3 \cdot \frac{2}{3} = 2$.
- 2 P
- 4 Arbeiter, 9 h Arbeit $\Rightarrow 12$ Tage (Rest)
 $4 \text{ Arbeiter, } 1 \text{ h Arbeit} \Rightarrow 12 \text{ Tage} \cdot 9 = 108 \text{ Tage}$
 $6 \text{ Arbeiter, } 1 \text{ h Arbeit} \Rightarrow 432 \text{ Tage} : 6 = 72 \text{ Tage}$
 $6 \text{ Arbeiter, } 8 \text{ h Arbeit} \Rightarrow 72 \text{ Tage} : 8 = 9 \text{ Tage}$
Antwort: Der Bau dauert nun also insgesamt $4 + 9 = 13$ Tage und damit einen Tag mehr als ursprünglich geplant.
- 4 P

30–26 Punkte	25–15 Punkte	14–0 Punkte
Super!	In Ordnung!	Bitte noch einmal üben!