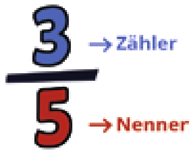
4 Brüche

Bestandteile eines Bruchs

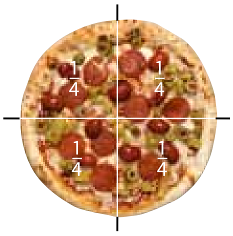


Ein echter Bruch besteht in der Regel aus zwei Zahlen.

Brüche an Figuren darstellen

Brüche kennst du auch schon aus deinem Alltag. Sicher weißt du schon viel mehr über sie als du denkst. Allein schon in einer Aussage wie „Ich schaffe heute nur eine halbe Pizza“ steckt ein gutes Wissen über Brüche.

$\frac{1}{2}$ ist die Hälfte von etwas. Wenn wir etwas genau in der Mitte durchschneiden – z. B. eine Pizza – erhalten wir 2 Mal $\frac{1}{2}$ Pizza.



Wir könnten diese beiden Hälften auch nochmal genau in der Mitte durchschneiden und haben dann 4 Stücke, die jeweils $\frac{1}{4}$ Pizza sind.

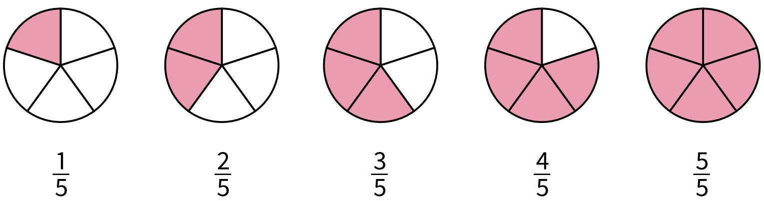
Die Zahl, die **unter dem Bruchstrich** steht – der **Nenner** – nennt dir, in wie viele gleichgroße Stücke beispielsweise die Pizza zerteilt wurde.

Wenn wir nicht nur von einem Stück sprechen, sondern von mehreren gleichgroßen Stücken, verändert sich die Zahl **auf dem Bruchstrich,** der **Zähler.** Der Zähler zählt, wie viel Stücke wir haben.

Beispiel 1: $\frac{1}{5}$ bedeutet 1 Stück von 5 gleichgroßen Stücken.

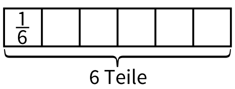
$\frac{2}{5}$ bedeutet 2 Stücke von 5 gleichgroßen Stücken.

$\frac{4}{5}$ bedeutet 4 Stücke von 5 gleichgroßen Stücken.



Auch an anderen gleichmäßigen Figuren lassen sich Brüche gut darstellen. Wichtig ist, dass du die Figuren **in gleich große Stücke** unterteilst und aus dem Nenner des Bruches abliest, in wie viele gleichgroße Stücke die Figur unterteilt werden soll.

Beispiel 2:



! Wenn du eine „ganze“ Figur in gleichgroße Teile zerlegst und alle Teile behältst, hast du immer noch die „ganze“ Figur, also ein Ganzes. $\frac{2}{2}$ oder $\frac{3}{3}$ oder $\frac{4}{4}$ usw. sind deshalb immer 1.

Brüche am Zahlenstrahl darstellen

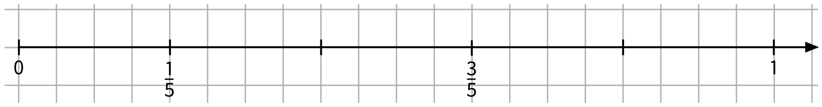
Brüche lassen sich auch am Zahlenstrahl darstellen, wie alle anderen Zahlen, die wir kennen. Betrachte dazu das Rechteck in Beispiel 2, das wir in sechs gleich große Teile zerlegt haben. Wenn du jetzt gedanklich die obere Kante des Rechtecks hinunterschiebst auf die untere, erhältst du einen Zahlenstrahl, in dem die Sechstel eingetragen sind.

! Wenn du die Länge des Zahlenstrahls selbst bestimmen darfst, wähle als Länge eine Zentimeterzahl, die gut durch den Nenner des Bruchs teilbar ist. So lässt sich sie Einteilung problemlos zeichnen.

Zum Eintragen eines Bruchs in einen Zahlenstrahl **teilen wir den Zahlenstrahl in so viele gleichgroße Teile, wie der Nenner uns vorgibt** und tragen 0 und 1 als Anfang und Ende des Zahlenstrahls ab.

Beispiel 3: Trage $\frac{1}{5}$ und $\frac{3}{5}$ an einem Zahlenstrahl ein.

Wir wählen dazu einen Zahlenstrahl, der 10 cm lang ist, weil 10 gut durch 5 teilbar ist. Dann markieren wir am Anfang und Ende 0 und 1 und teilen den Abstand dazwischen in 5 Teile ein – die also jeweils 2 cm lang sind. So können wir nach 2 cm $\frac{1}{5}$ und nach $3 \cdot 2$ cm = 6 cm $\frac{3}{5}$ eintragen.



Brüche kürzen und erweitern

Schau dir nochmal den Balken aus Beispiel 2 an und ziehe einen senkrechten Strich bei $\frac{3}{6}$, bei $\frac{1}{2}$ und bei $\frac{2}{4}$. Der Wert dieser drei Brüche ist gleich groß. Wenn **ich Zähler und Nenner eines Bruchs mit der gleichen Zahl multipliziere (erweitere),** verändert sich der Wert des Bruches nicht.

! Sollst du mehrere Brüche in einem Zahlenstrahl eintragen, dann wähle den gemeinsamen Nenner oder ein Vielfaches als Länge.

Die Erklärung dafür ist sehr einfach. Wenn ich eine Zahl etwa mit $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$ oder $\frac{4}{4}$ multipliziere, multipliziere ich eigentlich immer mit 1, denn $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$ oder $\frac{4}{4}$ sind immer ein Ganzes.

Beispiel 4: Erweitert mit 5: $\frac{1}{2} \overset{\cdot 5}{\underset{\cdot 5}{=}} \frac{5}{10}$ Erweitert mit 7: $\frac{1}{2} \overset{\cdot 7}{\underset{\cdot 7}{=}} \frac{7}{10}$

Beispiel 5: Erweitert mit 2: $\frac{1}{2} \overset{\cdot 2}{\underset{\cdot 2}{=}} \frac{2}{4}$ Erweitert mit 10: $\frac{1}{2} \overset{\cdot 10}{\underset{\cdot 10}{=}} \frac{10}{20}$

Aus: **Fit für die Klassenarbeit** Mathematik, 5. Klasse Gymnasium, ISBN: 978-3-07-003063-4

Die Brüche erscheinen dir durch die größeren Zahlen vielleicht größer, aber sie bleiben durch eine **Erweiterung** (Multiplikation von Zähler und Nenner mit derselben Zahl) **vom Wert her gleich.** Dies kannst du leicht überprüfen, wenn du die Brüche in einem Kreis oder an einem Balken abträgst.
Natürlich geht das auch umgekehrt. Dann spricht man vom **Kürzen.** Wenn Zähler und Nenner eines Bruches gemeinsame Teiler haben, kannst du beide durch diesen Teiler teilen. Dadurch erhältst du einen Bruch mit kleineren Zahlen, der aber denselben Wert hat.

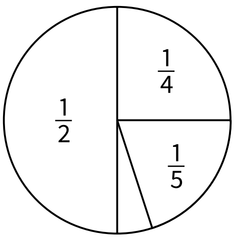
Beispiel 6: $\frac{9}{15} \overset{:3}{\underset{:3}{=}} \frac{3}{5}$ Kürze $\frac{9}{15}$ → 3 ist ein gemeinsamer Teiler von 9 und 15

Beispiel 7: Kürze $\frac{5}{8}$ → 5 und 8 haben keinen gemeinsamen Teiler, deshalb kann dieser Bruch nicht weiter gekürzt werden.

Brüche vergleichen und ordnen

Wenn du dir nochmal die Pizzastücke auf der vorhergehenden Seite anschaust, wirst du Folgendes feststellen: $\frac{1}{2}$ Pizza ist größer als $\frac{1}{4}$ Pizza und beide Stücke sind größer als $\frac{1}{5}$. Bei gleichbleibendem Zähler wird der Wert des Bruchs also kleiner, je größer der Nenner wird.

Beispiel 8: $\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$



Brüche mit gleichem Zähler lassen sich gut miteinander vergleichen und der Größe nach ordnen.

Ebenso lassen sich Brüche gut vergleichen und ordnen, wenn sie den **gleichen Nenner** haben. Je größer in diesem Fall der Zähler wird, desto größer wird der Wert des Bruchs.

Beispiel 9: $\frac{3}{7} < \frac{4}{7} < \frac{5}{7}$

Sollen Brüche verglichen und der Größe nach geordnet werden, die unterschiedliche Zähler und Nenner haben, müssen wir einen Trick anwenden: Wir erweitern die Brüche, bis sie denselben Nenner haben. Dann ist der Größenvergleich wieder einfach.

! „Auf Zwölftel" erweitern ist etwas anderes als „mit 12" erweitern.

Aus: **Fit für die Klassenarbeit** Mathematik, 5. Klasse Gymnasium, ISBN: 978-3-07-003063-4

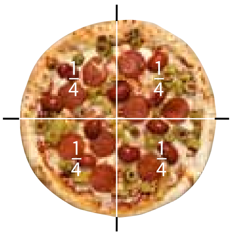
Beispiel 10: Wir wollen wissen, welcher dieser Brüche am größten ist, also den größten Wert hat: $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}$. Wir suchen also einen Nenner, der durch 6, 3 und 4 teilbar ist, beispielsweise 12, und erweitern alle Brüche auf Zwölftel.
$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

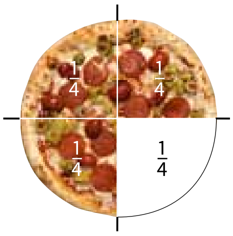
Jetzt können wir die Brüche bequem der Größe nach ordnen:
$\frac{3}{12} < \frac{8}{12} < \frac{10}{12}$, also $\frac{1}{4} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$.

Echte, unechte und gemischte Brüche

Da wir bisher immer nur ein Ganzes in mehrere, gleich große Teile aufgeteilt haben, waren alle unsere betrachteten Brüche kleiner als 1. Diese Brüche heißen echte Brüche, bei ihnen ist der **Nenner immer größer als der Zähler.**
Es gibt allerdings auch **die unechten Brüche.** Bei diesen Brüchen ist der **Nenner kleiner als der Zähler.** Der Gesamtwert eines solchen Bruchs ist immer größer als 1.

Beispiel 11: $\frac{7}{4}$ wären 7 Stücke einer Pizza, die wir in vier gleichgroße Teile aufgeteilt haben. Da eine Pizza dafür nicht genügt, müssen wir eine zweite Pizza heranziehen.





Statt $\frac{7}{4}$ kann man auch $1\frac{3}{4}$ schreiben. In unserem Beispiel bedeutet das: Wir haben ein Ganzes (eine ganze Pizza) und $\frac{3}{4}$ (einer weiteren Pizza). Diese Schreibweise $1\frac{3}{4}$ nennt man einen **gemischten Bruch,** weil er eine Mischung darstellt aus einer natürlichen Zahl und einem Bruch.
Um aus einem unechten Bruch einen gemischten Bruch zu machen, berechnest du, wie häufig der Nenner in den Zähler passt. Der Quotient ergibt die Zahl vor dem Bruch, der Rest den Zähler deines Bruchs. Der Nenner wird einfach übertragen.

Beispiel 12: $\frac{34}{5}$ Die 5 geht 6-mal in die 34. Der Rest beträgt 4.
$\frac{34}{5} = 6\frac{4}{5}$

Brüche als Division

Man kann einen Bruch auch als Geteilt-Aufgabe auffassen, der Bruchstrich steht für das Geteilt-Zeichen. So wie die Aufgabe „8 : 2“ dafür stehen kann, 8 Bonbons auf 2 Kinder aufzuteilen, kann „1 : 2“ oder $\frac{1}{2}$ dafür stehen, eine Pizza auf zwei Personen zu verteilen.
Wenn es sinnvoll ist, kannst du also in jeder Aufgabe den Bruchstrich als Geteilt-Zeichen auffassen, beispielsweise bei der Umrechnung von Brüchen in Dezimalzahlen im nächsten Kapitel 5.

Beispiel 13: $\frac{3}{6} = 3:6 = 0{,}5$

Aus: **Fit für die Klassenarbeit** Mathematik, 5. Klasse Gymnasium, ISBN: 978-3-07-003063-4

Test 1: Brüche darstellen

1 Stelle die folgenden Brüche an den Kreisen dar, indem du diese unterteilst und die Anteile farbig hervorhebst.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{8}$

2 Stelle die folgenden Brüche an den Rechtecken dar, indem du diese unterteilst und die Anteile farbig hervorhebst.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{3}{8}$

3 Welche der folgenden Brüche lassen sich besser an einem Rechteck darstellen als an einem Kreis? Begründe deine Wahl.

$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{16}$

4 Zeichne passende Zahlenstrahlen und trage jeweils die angegebenen Brüche ein.

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{5}$ und $\frac{4}{5}$

c) $\frac{1}{6}$ und $\frac{3}{4}$

5 An einem Zahlenstrahl soll der unechte Bruch $\frac{4}{3}$ eingetragen werden. Wie muss sich der Zahlenstrahl von den Zahlenstrahlen aus Aufgabe 4 unterscheiden? Beschreibe und begründe.

6 Alex behauptet, sie kann schneller $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{5}{20}$ und $\frac{8}{32}$ in einem Zahlenstrahl eintragen als Larissa $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{5}$. Glaubst du ihr? Begründe deine Antwort.

Aus: **Fit für die Klassenarbeit** Mathematik, 5. Klasse Gymnasium, ISBN: 978-3-07-003063-4

Test 2: Brüche erweitern und kürzen

1 Suche aus dem Kreis die Brüche, die den links angegebenen Wert haben und schreibe sie auf die Zeile.

a) $\frac{2}{5}$ = ______ $\frac{2}{5}$ = ______ $\frac{2}{5}$ = ______

$\frac{60}{150}$ $\frac{20}{50}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{22}{50}$

b) $\frac{2}{8}$ = ______ $\frac{2}{8}$ = ______ $\frac{2}{8}$ = ______

$\frac{1}{4}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{8}{20}$ $\frac{8}{32}$ $\frac{40}{80}$ $\frac{200}{800}$

c) $\frac{5}{125}$ = ______ $\frac{5}{125}$ = ______ $\frac{5}{125}$ = ______

$\frac{10}{250}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{3}{75}$ $\frac{1}{25}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{15}{375}$ $\frac{50}{250}$

2 Erweitere die folgenden Brüche wie in den Aufgaben angegeben.

a) Erweitere die Brüche mit 3: $\frac{2}{7}$ = ______ $\frac{3}{20}$ = ______

b) Erweitere die Brüche mit 7: $\frac{8}{10}$ = ______ $\frac{1}{11}$ = ______

c) Erweitere die Brüche mit 12: $\frac{5}{6}$ = ______ $\frac{4}{9}$ = ______

d) Erweitere die Brüche auf 15tel: $\frac{1}{3}$ = ______ $\frac{3}{5}$ = ______

3 Kürze so weit wie möglich.

a) $\frac{4}{30}$ = ______________________________

b) $\frac{12}{39}$ = ______________________________

c) $\frac{25}{875}$ = ______________________________

4 Ordne die folgenden Brüche der Größe nach.

a) $\frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{30}{35}$ ______________________________

______ < ______ < ______

b) $\frac{5}{9}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}$ ______________________________

______ < ______ < ______ < ______

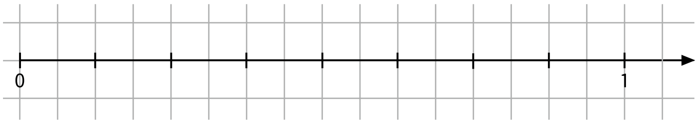
c) $\frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{9}{12}, \frac{2}{5}$ ______________________________

______ < ______ < ______ < ______

Aus: Fit für die Klassenarbeit Mathematik, 5. Klasse Gymnasium, ISBN: 978-3-07-003063-4

5 a) Schreibe die Brüche an die vorhandenen Markierungen, bei denen dies möglich ist. An manchen Markierungen können mehrere Brüche notiert werden.

$\frac{2}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{1}{5}, \frac{5}{8}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{8}{9}, \frac{10}{10}, \frac{4}{9}$



b) Wähle zwei der vorhandenen Markierungen aus. Nenne zwei weitere Brüche, die man an diesen Markierungen notieren könnte und begründe, warum sie passen würden.

____

____

6 Notiere die Anteile der reservierten Autos jeweils als (gekürzten) Bruch.

a) Das Autohaus Carbuy hat auf dem Hof 50 Autos zum Verkauf. 14 davon sind bereits reserviert.

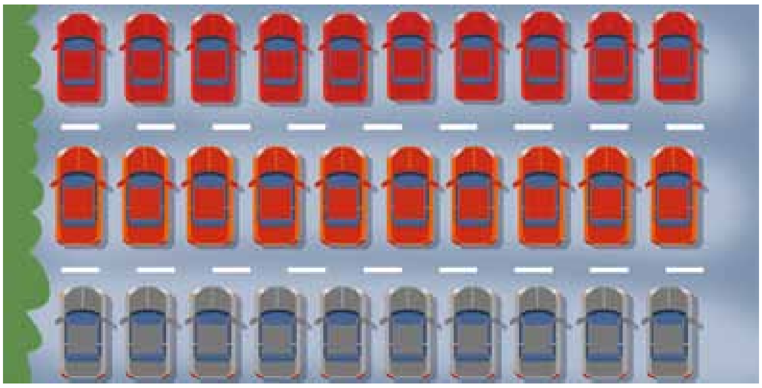
____

b) Auf der anderen Straßenseite ist das Autohaus Driver's Paradise. Es bietet 150 Autos an, von denen 36 reserviert sind.

____

c) Die beiden Autohausbesitzer wollen ab jetzt zusammenarbeiten und bieten ihre Autos gemeinsam an.

____



Aus: **Fit für die Klassenarbeit** Mathematik, 5. Klasse Gymnasium, ISBN: 978-3-07-003063-4

Test 3: Echte, unechte und gemischte Brüche

1 *

Ordne die Brüche der jeweils korrekten Spalte zu. Die Größe der Brüche kannst du ignorieren.

Echte Brüche	Unechte Brüche	Gemischte Brüche

$\frac{7}{3}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{90}{100}$ $1\frac{6}{8}$ $\frac{50}{45}$ $5\frac{1}{2}$ $12\frac{10}{11}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{100}{90}$ $\frac{5}{8}$

2 **

Notiere ein w an wahren Aussagen und ein f an falschen Aussagen.

a) Echte Brüche kann man in gemischte Brüche umwandeln. ______

b) Unechte Brüche kann man in gemischte Brüche umwandeln. ______

c) Echte Brüche kann man in unechte Brüche umwandeln. ______

d) Unechte Brüche sind immer größer als echte Brüche. ______

e) An einem Zahlenstrahl kann man keine unechten Brüche eintragen. ______

f) Einen unechten Bruch darf man nie kürzen. ______

3 ***

a) Ordne den gemischten Brüchen jeweils den korrekten Bruch aus der (grünen) Zeile darunter zu. Einige dieser Brüche sind nicht zuzuordnen.

$1\frac{2}{15}$ = ______ $2\frac{3}{5}$ = ______ $4\frac{9}{15}$ = ______ $5\frac{20}{25}$ = ______ $6\frac{1}{5}$ = ______ $7\frac{6}{15}$ = ______

$\frac{145}{25}$ $\frac{17}{15}$ $\frac{39}{15}$ $\frac{49}{15}$ $\frac{26}{10}$ $\frac{76}{15}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{105}{25}$ $\frac{138}{30}$ $\frac{23}{5}$ $\frac{37}{5}$ $\frac{155}{25}$

b) Notiere die übrig gebliebenen Brüche aus der grünen Zeile als gemischten Bruch.

______ = ______ ______ = ______ ______ = ______

______ = ______ ______ = ______ ______ = ______

4 **

a) Marina teilt ihren Erdbeerkuchen in gleiche Teile auf. $\frac{1}{4}$ isst sie, den Rest verteilt sie gerecht an 2 Freunde. Wie viel bekommen die Freunde?

b) In der kommenden Woche hat Marina einen größeren Erdbeerkuchen dabei und teilt ihn genauso auf wie in der Vorwoche. Wie viel bekommen die Freunde jetzt?

c) Marinas Mutter hat in der Folgewoche drei kleinere Erdbeerkuchen gebacken, damit die gerechte Verteilung einfacher klappt. Jeder der Jugendlichen isst aber nur die Hälfte seines Kuchens. Wie viel bleibt übrig?

Bei welcher der dieser Aufgaben könnte ein gemischter Bruch als Lösung stehen? Begründe deine Antwort.

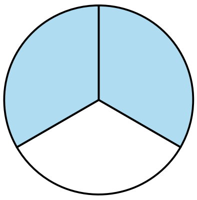
Aus: **Fit für die Klassenarbeit** Mathematik, 5. Klasse Gymnasium, ISBN: 978-3-07-003063-4

Klassenarbeit Nr. 4 45 min

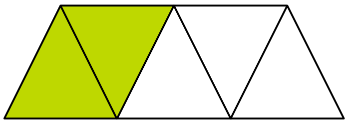
1 *

Welchen Anteil beträgt der eingefärbte Bruchteil?

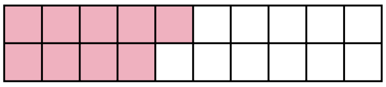
a)



b)



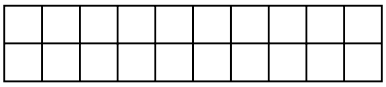
c)



/3

2 **

Ist es möglich, ein solches Rechteck zu $\frac{1}{4}$ rot anzumalen, zu $\frac{3}{10}$ gelb und zu $\frac{7}{20}$ grün?



Färbe ein oder beantworte und begründe.

____

____

/3

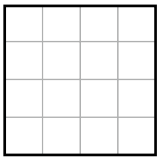
3 **

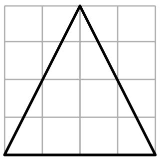
a) Zerlege die folgenden Figuren. Jede Figur darf nur für eine Zerlegung gewählt werden. Wähle also klug, welche Figur du wie zerlegst.
Zerlege je eine Figur...

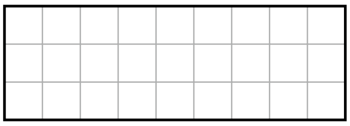
... in Halbe,

... in Drittel,

... in Viertel.







b) Begründe, wieso du dich für diese Zerlegung entschieden hast.

____

____

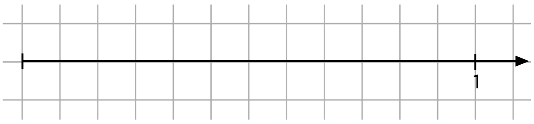
____

/6

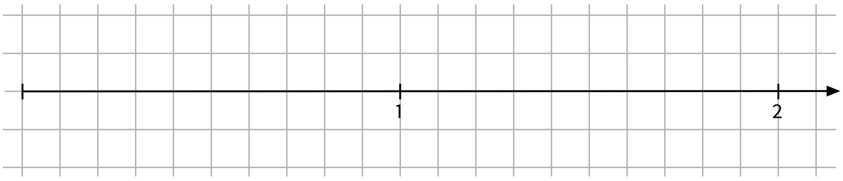
Aus: Fit für die Klassenarbeit Englisch, 5. Klasse Gymnasium, ISBN: 978-3-07-003061-0

4 Trage die folgenden Brüche in den gegebenen Zahlenstrahl ein.

a) $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{12}{16}$



b) $\frac{3}{3}, 1\frac{2}{5}, \frac{8}{5}, \frac{7}{10}, \frac{102}{51}$



/10

5 Löse die Zahlenrätsel. Nutze nur Ziffern von 1 bis 9.

a) Gesucht ist der größte Bruch, den du mit sechs unterschiedlichen Ziffern bilden kannst. Drei davon im Zähler, drei im Nenner.

b) Gesucht ist der größte echte Bruch, den du mit sechs unterschiedlichen Ziffern bilden kannst. Drei davon im Zähler, drei davon im Nenner.

c) Gesucht ist der größte gemischte Bruch. Zwei Ziffern dürfen vor dem Bruch stehen, zwei im Zähler, zwei im Nenner. Alle Ziffern sind unterschiedlich.

d) Bilde den kleinsten Bruch aus insgesamt vier unterschiedlichen Ziffern.

/8

erreichte Punktzahl

/ 30

Aus: **Fit für die Klassenarbeit** Mathematik, 5. Klasse Gymnasium, ISBN: 978-3-07-003063-4