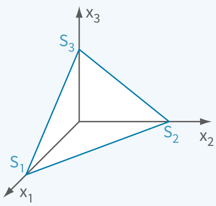
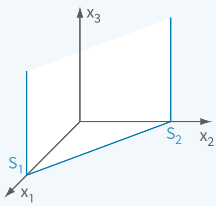
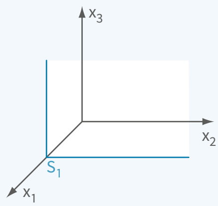
Darstellung von Ebenen

Erklärungen	keine spezielle Lage	parallel zu einer Koordinatenachse	parallel zu einer Koordinatenebene
Die Schnittpunkte von Ebene und Koordinatenachsen heißen **Spurpunkte**, Schnittgeraden von Ebenen und Koordinatenebenen **Spurgeraden**.	Ist keine Koordinatenachse parallel zu der Ebene, so schneidet die Ebene alle drei Achsen. Dann existieren drei Spurpunkte.	Zwei Spurgeraden sind parallel zu einer Koordinatenachse. Dann existieren nur zwei Spurpunkte.	Die Ebene wird mit zwei Spurgeraden gezeichnet, die beide parallel zu einer Koordinatenachse sind. Dann existiert nur ein Spurpunkt.
Zeichnerische Darstellung Ebenen werden (soweit möglich) mittels ihrer Spurpunkte und ihrer Spurgeraden gezeichnet.		 $E \parallel x_3$-Achse	 $E \parallel x_2$-Achse; $E \parallel x_3$-Achse; also: $E \parallel x_2$-x_3-Ebene
Vektordarstellung Wenn zwei Richtungen und ein Punkt der Ebene bekannt sind oder drei Punkte. Jeder Vektor zwischen zwei Punkten einer Ebene ist Richtungsvektor.	$\vec{x} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$	Mit den drei Punkten P, Q, R gilt: $\vec{x} = \vec{p} + t(\vec{r} - \vec{p}) + s(\vec{r} - \vec{p})$. Die spezielle Lage ist aus der Gleichung im Allgemeinen nicht zu sehen.	Beide Richtungsvektoren müssen bezüglich der Achse, zu der E nicht parallel ist, als Koeffizienten Null haben. $\vec{x} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$
Koordinatendarstellung Wird auch parameterfreie Darstellung genannt. Die Koeffizienten vor den Variablen x_i bilden einen Normalenvektor.	$a x_1 + b x_2 + c x_3 + d = 0$ Eine Änderung von d bewirkt eine Parallelverschiebung. Für $d = 0$ ist die Ebene eine Ursprungsebene. Normalenvektor: $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$	Mit dem Normalenvektor $\vec{n}$ und dem Punkt P: $a x_1 + b x_2 + d = 0$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$ Es fehlt die x_i-Komponente, zu der E parallel ist.	Es fehlen beide x_i-Komponenten, zu denen E parallel ist. $x_1 = a$; Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
Normalendarstellung Bei einem gegebenem Normalenvektor und einem Punkt in der Ebene. Das Berechnen des Skalarprodukts führt sofort auf die Koordinatengleichung.	$(\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0$ $\vec{p}$ ist Ortsvektor eines beliebigen Punktes. $\vec{n}$ ist ein Normalenvektor.		
HESSE-Formen Die HESSE-Formen sind die normierten Formen. Sowohl die Koordinatenform als auch die Normalenform kann normiert werden.	$\frac{a x_1 + b x_2 + c x_3 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 0$ $\left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = 0$	Eine HESSE-Form ist immer noch eine Koordinatenform oder eine Normalenform. Die Eigenschaften bleiben erhalten, und damit gelten auch die obigen Bemerkungen. Die Koordinatengleichung wird lediglich durch den Betrag (die Länge) des Normalenvektors dividiert, eine erlaubte algebraische Umformung. Bei der Normalengleichung wird als Normalenvektor ein Vektor verwendet, der die Länge eins hat. Sonst keine Änderungen. HESSE-Formen werden zur Abstandsberechnung benötigt (siehe S. 176).	

Tab. 8.1: Darstellungsformen von Ebenen