

Christina Klümper, Stefan Overhoff, Devid Signorello

Herausgeber: Gregor Kuhlmann

Unter Mitwirkung von Simone Holl, Heike Köppe, Michaela Lücking-Freytag, Ute Schmidt-Kastner, Peter Schröder

Basistrainer Mathe für die Berufsfachschule

Fachrichtung Technik und Naturwissenschaften
Bildungsgänge der Anlage B APO-BK

Ausgabe NRW

1. Auflage

Bestellnummer 48445

 **Bildungsverlag EINS**
westermann

Die in diesem Produkt gemachten Angaben zu Unternehmen (Namen, Internet- und E-Mail-Adressen, Handelsregistereintragen, Bankverbindungen, Steuer-, Telefon- und Faxnummern und alle weiteren Angaben) sind i. d. R. fiktiv, d. h., sie stehen in keinem Zusammenhang mit einem real existierenden Unternehmen in der dargestellten oder einer ähnlichen Form. Dies gilt auch für alle Kunden, Lieferanten und sonstigen Geschäftspartner der Unternehmen wie z. B. Kreditinstitute, Versicherungsunternehmen und andere Dienstleistungsunternehmen. Ausschließlich zum Zwecke der Authentizität werden die Namen real existierender Unternehmen und z. B. im Fall von Kreditinstituten auch deren IBANs und BICs verwendet.

Die in diesem Werk aufgeführten Internetadressen sind auf dem Stand zum Zeitpunkt der Drucklegung. Die ständige Aktualität der Adressen kann vonseiten des Verlages nicht gewährleistet werden. Darüber hinaus übernimmt der Verlag keine Verantwortung für die Inhalte dieser Seiten.

service@bv-1.de
www.bildungsverlag1.de

Bildungsverlag EINS GmbH
Ettore-Bugatti-Straße 6-14, 51149 Köln

ISBN 978-3-427-**48445-5**

westermann GRUPPE

© Copyright 2018: Bildungsverlag EINS GmbH, Köln

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Vorwort

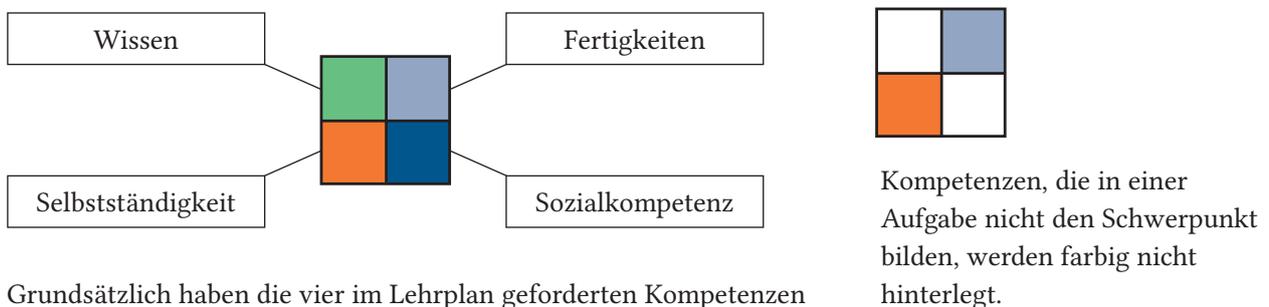
Dieses Lehrbuch richtet sich an Schülerinnen und Schüler, die sich in der Berufsfachschule auf einen Beruf im weiten Bereich der Technik vorbereiten. Der Aufbau des Buches orientiert sich am Lehrplan des Landes Nordrhein-Westfalen für den Fachbereich Technik. Dieser fordert einen Unterricht, der eine umfassende berufliche, gesellschaftliche und personale Handlungskompetenz zum Ziel hat. Die unterrichtliche Umsetzung soll kompetenzorientiert auf der Grundlage von Anforderungssituationen erfolgen. Der Kompetenzbegriff wird gemäß Lehrplan aufgeschlüsselt in Wissen und Fertigkeiten sowie Sozialkompetenz und Selbstständigkeit.

Das Lehrbuch ist in zwei große Abschnitte unterteilt. Der erste Teil beinhaltet Lernsituationen. Unter einer Lernsituation wird hier eine realitätsbezogene Aufgaben- und Problemstellung verstanden. Zu ihrer Lösung werden nicht nur mathematische Kenntnisse, sondern auch die Durchdringung der Problemsituation verlangt.

Im zweiten Teil werden die mathematischen Verfahren systematisch behandelt, die bei der Lösung der Lernsituationen benötigt werden. Zur Sicherung der mathematischen Kenntnisse wird eine Vielzahl von Aufgaben angeboten.

Bei den Lernsituationen ist jeweils vermerkt, in welchem Abschnitt des zweiten Teils die erforderlichen Fach- und Sachinformationen zu finden sind. Ein Symbol verweist darauf, welche Kompetenzen in der Lernsituation angesprochen werden.

Die Zuordnung der Farben im Kompetenzsymbol zu den Kompetenzkategorien des Bildungsplans ergibt sich aus dem folgenden Schema:



Grundsätzlich haben die vier im Lehrplan geforderten Kompetenzen eine feste Stellung im Kompetenzquadrat, der auch jeweils eine eigene Farbe zugeordnet wird.

Die Lernsituationen sind in der Regel in Form von Dialogen ausgestaltet, die zu einer variationsreichen Unterrichtsführung einladen. In den Dialogen wird ein Problem geschildert, das mithilfe eines mathematischen Verfahrens gelöst werden kann. Die Lernenden sind somit gefordert, sich die geschilderte Situation zu erschließen und daraus den Lösungsweg abzuleiten. Es ist offensichtlich, dass hier neben der Fähigkeit zur Abstraktion auch die Lesekompetenz gefördert wird.

Die Förderung des prozesshaften Denkens wird in dem Arbeitsbuch, das zu diesem Lehrbuch entwickelt wurde, aufgenommen und fortgeführt. Dort werden Wege zur Entwicklung von Lösungsstrategien aufgezeigt und den Schülerinnen und Schülern zugänglich gemacht. Lehrbuch und Arbeitsbuch zusammen leisten somit einen Beitrag zum selbstgesteuerten Lernen.

Die Verfasser

Teil A: Lernsituationen

Die Löning AG	8
Anforderungssituation 1: Arithmetik/Algebra	9
Situation 1*: Materialverbrauch für die neue Lagerhalle	10
Situation 2*: Stromverbrauch in den Abteilungen	10
Situation 3*: Kontrolle einer neuen Anlieferung	11
Situation 4*: Neue Tapeten für die Verwaltung	12
Situation 5: Kleister anrühren	12
Situation 6*: Neuer Fußboden für den Empfangsraum	13
Situation 7*: Ein Lkw soll beladen werden	13
Situation 8: Baggerrätsel	14
Situation 9*: Lieferservice im Unternehmen	14
Situation 10: Messung mit dem Metallmessband	15
Situation 11*: Energieeinsparung durch neue Leuchtmittel	15
Situation 12: Bestimmung des Stromverbrauchs für die Tischlerei	16
Situation 13: Auswahl eines Leuchtmittels für die Kantine	16
Situation 14: Das Licht am Roller ist noch an!	16
Situation 15*: Beton mischen	17
Situation 16*: Befüllung des Wasserbeckens	17
Situation 17: Giebelerneuerung mit Holzpaneelen	17
Anforderungssituation 2: Geometrie	18
Situation 1: Planung der Renovierungsarbeiten im Bürobereich der Löning AG	19
Situation 2: Planung der Gartenfläche eines Wohnhauses	20
Situation 3*: Neuer Bodenbelag in der Dusche	21
Situation 4: Herstellung einer Arbeitsplatte	22
Situation 5*: Kartons für das Lager der Löning AG	22
Situation 6*: Entwicklung von zwei speziellen Bauteilen	22
Situation 7: Lea kann es sich nicht vorstellen	23
Situation 8: MINT-Ausstellung auf dem Firmengelände der Löning AG	23
Situation 9: Metallunterbau – die Längenangaben fehlen	24
Situation 10: Anstellwinkel beachten	24
Situation 11: Metallunterbau – die Längsstreben berechnen	25
Situation 12: Metallunterbau – die Winkelangaben fehlen	25
Situation 13: Abdach – einige Angaben fehlen	25
Situation 14*: Kirchendach – wie hoch sind die Materialkosten?	26
Situation 15: Messungen ungenau?	27
Anforderungssituation 3: Funktionen	28
Situation 1: Nutzung der Schweißgeräte	29
Situation 2*: Umsatzentwicklung nach Sparten	29
Situation 3: Pferdestärken und Kilowatt	30
Situation 4*: Zeitschaltung für die Beckenfüllung	31
Situation 5: Überwachung der Notstromaggregate	31
Situation 6: Abfüllautomat mit höherer Abfüllgeschwindigkeit	31
Situation 7*: Ein neues Löschfahrzeug für die Betriebsfeuerwehr	32
Situation 8: Eine neue Kühltruhe für die Kantine	32
Situation 9*: Der 10-km-Lauf und die Reise nach Ibiza	33
Situation 10*: Ein besonderes Werkzeugangebot für die Mitarbeiter der Löning AG	34

Situation 11: Ein Transportroboter muss her!	34
Situation 12: Die Außentreppe zur Dachterrasse der Kantine	35
Situation 13: <i>URI</i> praktisch	35
Situation 14: Ein Kräutergarten für die Kantine	35
Situation 15*: Ein besonderer Tisch für den Empfangsbereich	36
Situation 16*: Kontrolle des Kantinenherds	37
Anforderungssituation 4: Stochastik	38
Situation 1: Aluminiumprofile überprüfen	39
Situation 2*: Rücksendegründe auswerten	39
Situation 3: Benzinverbrauch zu hoch?	40
Situation 4: Berufswünsche ermitteln	40
Situation 5: Klassenarbeitsnoten auswerten	41
Situation 6: Entscheiden auf gut Glück?	41
Situation 7: Tachometer kalibrieren	42
Situation 8: Welche Abfüllanlage arbeitet genauer?	42
Situation 9: Ausbildungsvergütung zu unterschiedlich?	43
Situation 10: Sportbeutel – Farbe per Zufall	43
Situation 11*: Glühlampen überprüfen I	44
Situation 12*: Glühlampen überprüfen II	44
Situation 13*: Glühlampen überprüfen III	44
Situation 14: Lässt das Wetter die Montage zu?	45
Situation 15*: Reklamationen – noch im Rahmen?	45
Situation 16: Computerbildschirme – nimm 2!	46
Situation 17: Waschautomaten – lohnt sich die Reparatur?	46
Situation 18*: Reinigungssystem – ist der Preis gerechtfertigt?	46
Situation 19*: Führerscheinprüfung	47
Situation 20*: Zahlenschloss öffnen	47

Teil B: Orientieren, Informieren, Üben

1	Arithmetik/Algebra	49
1.1	Grundrechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division	49
1.1.1	Addition	49
1.1.2	Subtraktion	51
1.1.3	Multiplikation	53
1.1.4	Division	55
1.1.5	Runden von Zahlen	57
1.1.6	Punkt-vor-Strich-Regel und Klammerregel	58
1.1.7	Aufgaben	59
1.2	Bruchrechnen	62
1.2.1	Kürzen und Erweitern	63
1.2.2	Umwandlung von gemischten Brüchen in unechte Brüche und umgekehrt	65
1.2.3	Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von Brüchen	66
1.2.4	Umwandlung der Bruchschreibweise in die Dezimalschreibweise und umgekehrt	72
1.2.5	Aufgaben	74
1.3	Potenzen und Wurzeln	77
1.3.1	Potenzen mit gleicher Basis	78

1.3.2	Potenzen mit gleichen Exponenten	79
1.3.3	Potenzen mit negativer Schreibweise	79
1.3.4	Zehnerpotenzschreibweise	79
1.3.5	Wurzeln	80
1.3.6	Aufgaben	81
1.4	Termumformungen	83
1.4.1	Rechenregeln	83
1.4.2	Ausmultiplizieren von Klammern	84
1.4.3	Aufgaben	86
1.5	Einheiten und Maße	87
1.5.1	Arten von Einheiten	87
1.5.2	Umwandlung von Einheiten	89
1.5.3	Der Maßstab	92
1.5.4	Aufgaben	93
1.6	Dreisatz	96
1.6.1	Arten des Dreisatzes	96
1.6.2	Einfacher Dreisatz	98
1.6.3	Zusammengesetzter Dreisatz	100
1.6.4	Aufgaben	103
1.7	Prozentrechnung	106
1.7.1	Prozentwert, Grundwert, Prozentsatz	106
1.7.2	Vermehrter Grundwert	108
1.7.3	Verminderter Grundwert	109
1.7.4	Aufgaben	111
1.8	Zinsrechnung	114
1.8.1	Zinsrechnung als Prozentrechnung mit Zeitbezug	114
1.8.2	Zinsen	115
1.8.3	Kapital	115
1.8.4	Tage	116
1.8.5	Zinssatz	116
1.8.6	Zinseszins	116
1.8.7	Aufgaben	117
2	Geometrie	119
2.1	Berechnung von Flächen	119
2.1.1	Quadrate und rechteckige Flächen	119
2.1.2	Parallelogramm	120
2.1.3	Dreieck	121
2.1.4	Trapez	122
2.1.5	Kreis und Kreisausschnitt	123
2.1.5.1	Kreiszahl	123
2.1.5.2	Kreis	124
2.1.5.3	Kreisausschnitt	125
2.2	Berechnung von Körpern	126
2.2.1	Quader, Würfel und Zylinder	126
2.2.2	Weitere Körper	129
2.2.3	Kugel	130
2.3	Winkel- und Längenberechnung	131

2.3.1	Strahlensätze	131
2.3.1.1	Erster Strahlensatz	131
2.3.1.2	Zweiter Strahlensatz	133
2.3.1.3	Ergänzung zum 1. und 2. Strahlensatz	134
2.3.2	Der Satz des Pythagoras in rechtwinkligen Dreiecken	134
2.3.3	Sinus, Kosinus und Tangens in rechtwinkligen Dreiecken	136
2.3.4	Winkel- und Längenberechnung in allgemeinen Dreiecken	138
2.3.4.1	Winkel- und Längenberechnung mit dem Sinussatz	138
2.3.4.2	Winkel- und Längenberechnung mit dem Kosinussatz	139
2.3.3.5	Winkel- und Längenberechnung in Vielecken	140
2.4	Aufgaben	141
3	Funktionen	148
3.1	Lineare Gleichungen und lineare Funktionen	148
3.1.1	Lineare Gleichungen	148
3.1.2	Lineare Gleichungssysteme	149
3.1.3	Der Begriff der Funktion	152
3.1.4	Grundbegriffe	153
3.1.5	Den Graphen einer Funktion zeichnen	155
3.1.6	Bestimmung einer Funktionsgleichung	159
3.1.7	Bestimmung der Achsenschnittpunkte	161
3.1.8	Schnittpunkt zweier Geraden	162
3.1.9	Aufgaben	163
3.2	Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen	167
3.2.1	Quadratische Gleichungen	167
3.2.2	Quadratische Funktionen	169
3.2.3	Aufgaben	171
4	Beschreibende Statistik und Stochastik	173
4.1	Beschreibende Statistik	173
4.1.1	Datenerhebung	173
4.1.2	Aufbereitung und grafische Darstellung von Daten	174
4.1.2.1	Datenaufbereitung	174
4.1.2.2	Grafische Darstellung von Daten: Diagramme	175
4.1.3	Statistische Kenngrößen	177
4.1.5	Aufgaben	179
4.2	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	181
4.2.1	Zufallsexperiment, Ergebnis, Wahrscheinlichkeit	181
4.2.2	Baumdiagramm und Vierfeldertafel	183
4.2.2.1	Baumdiagramm	183
4.2.2.2	Pfadregel (Produktregel) und Summenregel	183
4.2.2.3	Vierfeldertafel	184
4.2.3	Zufallsgrößen und Erwartungswert	185
4.2.4	Kombinatorik	187
4.2.5	Aufgaben	189
	Bildquellenverzeichnis	192
	Sachwortverzeichnis	193

Teil A: Lernsituationen

Die Löning AG



Paul, Lea, Valerij und Derya machen zurzeit ein Orientierungspraktikum bei der Löning AG. Schwerpunkt des Unternehmens ist die Einzel- und Sonderanfertigung sowie der Vertrieb von Verpackungsmaschinen, Abfüllautomaten usw. Daneben ist die Löning AG in verschiedenen anderen Bereichen aktiv.

Während ihres Praktikums werden die vier die unterschiedlichen Abteilungen des Unternehmens kennenlernen und sich dort – genauso wie in ihrer Freizeit – mathematisch mit verschiedenen Fragestellungen auseinandersetzen.

Die Löning AG gliedert sich in die folgenden **Abteilungen**:

- Metallbauabteilung: Leitung Frau Dr.-Ing. Remke
- Elektroabteilung: Leitung Herr Kahmann
- Tischlerei (inklusive Messebau und Dekoration): Leitung Herr Nonn
- Haustechnik und Gärtnerei: Leitung Herr Bußmann
- Betriebsfeuerwehr: Leitung Herr Peters
- Lager: Leitung Herr Koronski
- Betriebskantine: Leitung Frau Dougan
- Verwaltung: Leitung Frau Simon

Anforderungssituation 1: Arithmetik/Algebra

Zeitrichtwert:

BFS 1: 40 – 60 Stunden

BFS 2: 20 – 30 Stunden

Die Absolventinnen und Absolventen gehen mit rationalen Zahlen und algebraischen Termen eigenständig um, indem sie die notwendigen bereichsspezifischen Kenngrößen der üblichen Werkzeuge, Betriebsmittel und Messmittel erfassen. Sie prüfen ihre Ergebnisse, stellen diese für die technische Entscheidungsfindung anwendungsbezogen dar und kommunizieren sie adressatengerecht.

Zielformulierungen

Die Schülerinnen und Schüler gehen mit symbolischen und formalen Elementen um:

- Sie nutzen rationale Zahlen und Terme entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit und begründen den Sinn von Zahlbereichserweiterungen an Beispielen (ZF 1).
- Sie stellen Zahlen der Situation angemessen dar, unter anderem in Zehnerpotenzschreibweise (ZF 2).
- Sie erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge (ZF 3).

Die Schülerinnen und Schüler lösen Probleme mathematisch:

- Sie wenden Überschlagsrechnungen an und runden Zahlen dem Sachverhalt entsprechend sinnvoll (ZF 4).
- Sie verwenden Prozent- und Zinsrechnung sachgerecht (ZF 5).

Die Schülerinnen und Schüler verwenden mathematische Darstellungen:

- Sie stellen rationale Zahlen in unterschiedlichen Formen dar (ZF 6).
- Sie wandeln in Sachzusammenhängen Größen um, vereinfachen Terme, rechnen mit ihnen und nutzen Rechengesetze, auch zum vorteilhaften Rechnen (ZF 7).

Die Schülerinnen und Schüler modellieren:

- Sie übersetzen eine teilstrukturierte Sachsituation in ein mathematisches Modell (ZF 8).

Die Schülerinnen und Schüler argumentieren und kommunizieren:

- Sie prüfen unter Einbeziehung der Vorgehensweise die Ergebnisse bezüglich der Sachsituationen (ZF 9) und stellen die Ergebnisse adressatengerecht dar (ZF 10).

Zuordnung der Zielformulierungen zu den Kompetenzbereichen

Wissen	Fertigkeiten	Sozialkompetenz	Selbstständigkeit
ZF 1, ZF 2, ZF 4, ZF 6	ZF 3 bis ZF 5, ZF 7	ZF 9	ZF 8, ZF 10

Lernsituationen



→ B 1.1
und 1.5

Situation 1*: Materialverbrauch für die neue Lagerhalle

Es ist Pauls erster Tag bei der Löning AG. Herr Koronski, Chef des Lagers, stellt ihm zunächst alle Bereiche des Unternehmens vor. Danach erhält Paul eine Materialliste für die Bestellung von Abwasserrohren für eine neue Lagerhalle.



Herr Koronski: Hier Paul, diese Liste habe ich gerade per E-Mail erhalten. Bitte rechne doch schnell die Längen der bestellten Rohre zusammen. Für die Abrechnung muss ich wissen, wie viele Meter verlegt wurden. Außerdem benötige ich den Gesamtpreis aller bestellten Teile.

Paul: Klar, kein Problem!

Herr Koronski: Aber gib' mir die Gesamtlänge in Metern durch, sonst muss ich deine Ergebnisse erst noch umrechnen.

Paul schaut sich die Liste an und legt los.

Bezeichnung	Durchmesser	Länge	Einzelpreis	Anzahl
Gerade Rohre	40 mm	150 mm	0,40 €	12
	40 mm	500 mm	0,50 €	15
	75 mm	150 mm	1,00 €	7
	75 mm	750 mm	2,15 €	12
	75 mm	2000 mm	2,50 €	23
	110 mm	250 mm	1,75 €	11
	110 mm	1500 mm	4,50 €	24
Abzweigung	Durchmesser	Winkel	Einzelpreis	Anzahl
Bögen	40 mm	30°	0,55 €	17
	75 mm	45°	0,80 €	23
	75 mm	67°	0,85 €	7
	110 mm	45°	1,25 €	12



→ B 1.1

Situation 2*: Stromverbrauch in den Abteilungen

Heute soll Paul Herrn Bußmann in der Haustechnik unterstützen. Um einen Überblick über den Stromverbrauch zu bekommen, dokumentiert Herr Bußmann vor jeder Abrechnung den Verbrauch in den einzelnen Abteilungen.

Herr Bußmann: Ich habe einen Auftrag für dich: Bitte rechne mir den Stromverbrauch der einzelnen Abteilungen aus. Außerdem brauche ich noch den Gesamtverbrauch unserer Firma.

Paul: Das kann ich schnell erledigen.

Abteilung	Alter Zählerstand	Neuer Zählerstand
Metallbau	4 597 kWh	10 058 kWh
Elektro	2 978 kWh	7 870 kWh
Tischlerei/Messebau/Dekoration	3 125 kWh	8 123 kWh
Haustechnik und Gärtnerei	1 258 kWh	2 408 kWh
Betriebsfeuerwehr	2 569 kWh	3 971 kWh
Lager	8 079 kWh	12 033 kWh
Kantine	9 103 kWh	17 230 kWh
Verwaltung	4 635 kWh	8 939 kWh

Situation 3*: Kontrolle einer neuen Anlieferung

Lea wird im metallverarbeitenden Bereich von Frau Dr. Remke eingesetzt. Gerade ist eine Lieferung mit Rohrleitungen und Fittings für Abfüllautomaten eingetroffen. Frau Remke ruft Lea in der Abteilung zu sich.

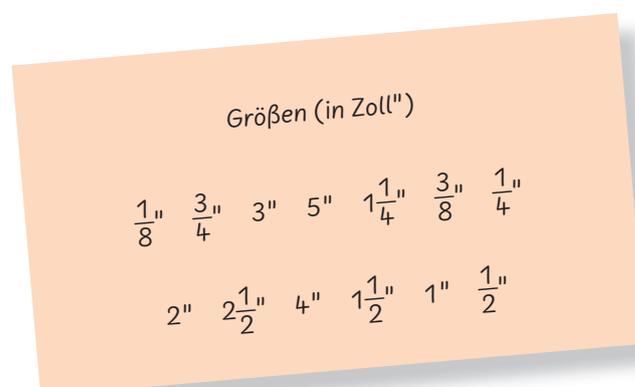


→ B 1.2
und 1.5

Frau Remke: Hey Lea, hier ist eine neue Lieferung mit Rohrleitungen und Fittings eingetroffen. Leider hat es unser Lieferant mit der Ordnung nicht so genau genommen. Bitte sortiere die Beutel nach der Größe der Durchmesser. Beschrifte sie auch in mm, damit wir beim Einbau später einen besseren Überblick haben.

Lea: Oh je, wie war das noch mit der Bruchrechnung?!

Lea verschafft sich zunächst einen Überblick. Sie notiert sich dazu alle Größen auf einem Blatt.





Teil B:

Orientieren, Informieren, Üben



3 Funktionen

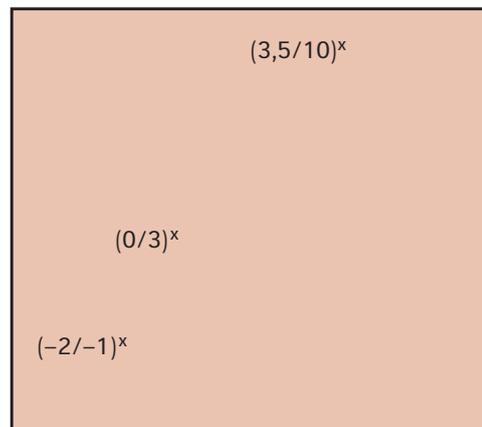
3.1 Lineare Gleichungen und lineare Funktionen

Das Problem

Valerij ist heute in der Tischlerei der Löning AG eingesetzt. Herr Nonn wendet sich mit einer Aufgabe an ihn.

Herr Nonn: Wir müssen aus einem rechteckigen Werkstück entlang der Messpunkte $(-2/-1)$, $(0/3)$ und $(3,5/10)$ ein Stück herauschneiden. Kannst du mir sagen, ob der Schnitt ganz geradlinig erfolgen kann?

Gleichungen und Funktionen stehen in einem engen Zusammenhang. Man benötigt die Methoden der Gleichungslehre, um Funktionen untersuchen zu können.



3.1.1 Lineare Gleichungen



BEISPIEL

Lea: Ich habe gerade die Fotos unserer Klassenfahrt vom Fotoshop abgeholt. Der ist sehr günstig. Für 36 Fotos habe ich 13,32 € bezahlt. Darin sind 1,80 € für die Mappe enthalten.

Derya: Ich glaube, dass dein Fotoshop nicht ganz so günstig ist. Bei Superprint gibt es jetzt einen Abzug für 19 Cent zuzüglich der Kosten für die Bildmappe.

Lea: Dann sollten wir doch einmal ausrechnen, was ein Foto bei Fotoshop kostet.

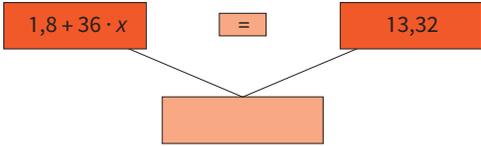
Um die Kosten eines Fotos zu berechnen, muss zunächst aus den Angaben eine Gleichung aufgestellt werden:

$$1,8 + 36 \cdot x = 13,32$$

x steht für den gesuchten Wert. Aber wie berechnet man das x ?

Um zur Lösung zu gelangen, wird die Gleichung nach dem Waageprinzip mehrmals umgeformt, sodass letztlich das x allein auf einer Seite der Gleichung steht:

Rechenmethode

Das Waageprinzip	Die Gleichungswaage
Rechts und links vom Gleichheitszeichen sind die Waagschalen. Man muss aufpassen, dass die Waage nicht aus dem Gleichgewicht kommt. Auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens muss immer die gleiche Rechnung durchgeführt werden.	
Was links addiert/subtrahiert wird,	muss auch rechts addiert/subtrahiert werden.
Was links multipliziert/dividiert wird,	muss auch rechts multipliziert/dividiert werden.

Unter Berücksichtigung des Waageprinzips muss die Gleichung so umgeformt werden, dass zum Schluss das x allein auf einer Seite der Gleichung steht.

Lea und Derya nutzen das Waageprinzip, um die Kosten für ein Foto von Fotoshop zu berechnen:

Rechenmethode

Auf beiden Seiten wird 1,8 subtrahiert:	- 1,8	$1,8 + 36 \cdot x = 13,32$	- 1,8
		$1,8 - 1,8 + 36 \cdot x = 13,32 - 1,8$	
Beide Seiten der Gleichung werden durch 36 dividiert:	: 36	$36 \cdot x = 11,52$: 36
		$36 : 36 \cdot x = 11,52 : 36$ also: $\frac{36 \cdot x}{36} = \frac{11,52}{36}$ $1 \cdot x = 0,32$ $x = 0,32$	

Ergebnis: Jedes Foto hat also 32 Cent gekostet.

Das Umformen auf beiden Seiten kann auch durch Operatoren angezeigt werden:

$$\begin{array}{l}
 1,8 + 36 \cdot x = 13,32 \quad | - 1,8 \\
 36 \cdot x = 11,52 \quad | : 36 \\
 x = 0,32
 \end{array}$$

3.1.2 Lineare Gleichungssysteme

BEISPIEL

Paul arbeitet derzeit im Lager der Löning AG. Er ist zuständig für die Erstellung der Ausgangsrechnungen. In den vergangenen Tagen hat die Löning AG Kunden in Australien und Brasilien beliefert.

Paul: Wie hoch sind denn die Frachtkosten für ein Standardpaket nach Australien beziehungsweise nach Brasilien, Herr Koronski?

Herr Koronski: Hm, die Einzelpreise weiß ich nicht so genau. Am Montag haben wir vier Standardpakete für den australischen und ein Standardpaket für den brasilianischen Kunden zur Spedition Airfreight gebracht. Airfreight berechnete 214 €. Heute waren es drei Standardpakete für Australien und zwei für Brasilien. Dafür haben sie uns 198 € in Rechnung gestellt. Kannst du dir die Einzelpreise damit nicht selber ausrechnen?



Um dieses Problem zu lösen, muss ein Gleichungssystem mit zwei unbekanntem Größen bzw. Variablen aufgebaut und gelöst werden. Dabei gibt es mehrere Lösungsverfahren.

Gleichsetzungsverfahren

Rechenmethode

Allgemein	Für das Beispiel
Die Variablen müssen festgelegt werden.	Der Frachtpreis für Australien sei x . Der Frachtpreis für Brasilien sei y .
Die Gleichungen werden aufgestellt.	I $4x + y = 214$ II $3x + 2y = 198$
Beim Gleichsetzungsverfahren werden beide Gleichungen nach x oder y umgestellt. Hier soll nach y umgestellt werden. Tipp: Es ist egal, nach welcher Variablen beide Gleichungen umgestellt werden. Sinnvollerweise wählt man die Variable, bei der der Rechenaufwand geringer ist.	I $4x + y = 214$ $- 4x$ II $3x + 2y = 198$ $- 3x$ Ergibt: I $y = 214 - 4x$ II $2y = 198 - 3x$ $: 2$
Da $y = y$ ist, d.h. die linken Teile der Gleichung gleich sind, sind auch die beiden rechten Teile der Gleichung gleich. Somit können die rechten Seiten gleichgesetzt werden.	Also: I $y = 214 - 4x$ II $y = 99 - 1,5x$
Es entsteht eine Gleichung mit einer Unbekannten, die nach der verbleibenden Unbekannten aufgelöst wird.	$214 - 4x = 99 - 1,5x$ $- 214$ $-4x = - 115 - 1,5x$ $+ 1,5x$ $-2,5x = - 115$ $: (-2,5)$ $x = 46$
Der ausgerechnete Wert wird in eine der Ausgangsgleichungen eingesetzt. Als Ergebnis ergibt sich wieder eine Gleichung mit einer Unbekannten, die nun aufzulösen ist.	$x = 46$ in $4x + y = 214$ einsetzen. Also: $4 \cdot 46 + y = 214$ $184 + y = 214$ $- 184$ $y = 30$
Zum Schluss müssen die ermittelten Werte in den Aufgabenzusammenhang gesetzt werden.	Das Standardpaket nach Brasilien hat also 30,00 € gekostet, das nach Australien 46,00 €.

Einsetzungsverfahren

Beim Einsetzungsverfahren geht man folgendermaßen vor:

Rechenmethode

Allgemein	Für das Beispiel
Die Variablen müssen festgelegt werden.	Der Frachtpreis für Australien sei x . Der Frachtpreis für Brasilien sei y .
Dann werden die Gleichungen aufgestellt.	I $4x + y = 214$ II $3x + 2y = 198$

Bildquellenverzeichnis

Zeichnungen

Brauner, Angelika, Hohenpeißenberg: S. 145, 145.3, 165.1, 166.3

Di Gaspare, Michael, Bergheim: S. 19.2, 20, 22.1, 26.1, 172

Fotos

fotolia.com, New York: S. 48 (Picture-Factory), 48 (Trueffelpix), 49.1 (Focus Pocus LTD), 76.1e (constantinos), 76.1c (gradt), 76.1d (pbombaert), 76.1b (woe), 77.5 (Rozhnovsky, Denis), 105.2 (WoGi), 148.1 (Lund, Jacob), 165.1 (WestPic)

MEV Verlag GmbH, Augsburg: S. 62.1

Overhoff, Stefan, Haltern am See: S. 21, 142

Picture-Alliance GmbH, Frankfurt/M.: S. 76 (Keystone)

stock.adobe.com, Dublin: S. 10 (Kara), 11 (ronstik), 12 (auremar), 12 (Stefan_Weis), 13 (Isabel B.Meye), 13 (kuchina), 14 (auremar), 14 (lisess), 15 (photomelon), 16.1 (F16-ISO100), 17.1 (Alonso Aguilar), 16.2 (SN-Photography), 8.1 (industrieblick), 8.2 (industrieblick), 17.2 (keyshort), 19.1 (purplequeue), 21.1 (photo 5000), 22.1 (Robert Kneschke), 23.1 (auremar), 23.1 (Calado), 24.1 (Zerbor), 29.1 (Kadmy), 30.1 (auremar), 27.4 (megakunstfoto), 31.1 (vorclub), 31.2 (industrieblick), 32.1 (majorosl66), 32.2 (Dmitry Vereshchagin), 33.1 (lassedesignen), 34.1 (finecki), 34.2 (phonlamaiphoto), 35.1 (PhotographyByMK), 35.2 (focus finder), 37.1 (atm2003), 36.2 (auremar), 39.1 (industrieblick), 40 (Surrender), 41.1 (roostler), 42.1 (siebenla), 43.1 (matimix), 42.2 (refresh(PIX)), 43.2 (BEAUTYofLIFE), 45.1 (georgejmcittle), 45.2 (industrieblick), 46.1 (lassedesignen), 46.2 (Kadmy), 50 (Kadmy), 52 (ArTo), 54 (lensw0rld), 59 (Seybert, Gerhard), 60 (auremar), 60 (Mattoff), 61 (NorGal), 65 (Alex Bayev), 65 (Smileus), 66 (auremar), 67.1 (dream), 68 (Olesia Bilkei), 70 (Alexander Raths), 71 (.shock), 72.1 (tycoon101), 75 (Photographee.eu), 76 (galaxy67), 75.1 (Surrender), 77 (bellakadife), 77 (Gerhard Seybert), 76.1a (stockphoto-graf), 80.1 (Janni), 83 (ajlatan), 87 (dusanpetkovic1), 92 (Balate Dorin), 93 (industrieblick), 94.1 (Maxim_Kazmin), 94.2 (sea_owl), 5.1 (Björn Wylezich), 95.2 (Andreas Gruhl), 96 (PRILL Mediendesign), 97.1 (thodonal), 97.2 (Bobo), 100, 101 (Erik Schumann), 103 (bernardbodo), 103 (stadtratte), 104 (Daniel Hohlfeld), 106 (Gabriele Maltinti), 109, 111.1 (Peter Atkins), 111.2 (alexandrink1966), 112 (Marco2811), 113 (Adriaan van Veen), 114 (contrastwerkstatt), 116 (Gina Sanders), 118.1 (electriceye), 118.2 (oxie99), 118.3 (rostovdriver), 119 (goodluz), 120 (bellan), 122 (Gina Sanders), 123, 126 (rlang), 125.2 (aerogondo), 128, 128 (Achisatha), 129 (Alex_Traksel), 131.1 (tkyszk), 133 (Marco2811), 136 (Kzenon), 138.1 (butus), 139.1 (Evgeny), 141 (maho), 143.1 (Debus, Martin), 147.1 (luftklick), 148.2 (Rawpixel.com), 148.3 (Mirko), 149 (fineart-collection), 152 (Sergey Nivens), 164.1 (mooshny), 164.2 (Karin & Uwe Annas), 169 (Pixelmixel), 171 (schulzie), 173 (Kadmy), 174 (sebschneider), 177 (lganz), 179 (Stillfx), 181 (Apart Foto), 187, 189 (Matthias Buehner), 190 (Jürgen Fälchle), 190 (Oliver Preißner), 103 (Ulf 103)

wikimedia.com: S. 165 (Robert Hooke)