



Elemente der Mathematik 5 NRW

ISBN 978-3-14-101215-6

PLANUNGSHILFE

Ein Werk mit klarer Struktur

Mathematische Grundbildung

Elemente der Mathematik Band 5 ist für den Bildungsgang am Gymnasium G9 konzipiert. Bewährtes, Erfahrungen aus G8 sowie aktuelle Strömungen fließen in den strukturellen Aufbau und die Aufgaben ein. Die Aufbereitung der mathematischen Themen in Elemente der Mathematik erfolgt so, dass mit den inhaltsbezogenen Kompetenzen zu mathematischen Inhalten vielfältige prozessbezogene Kompetenzen verknüpft sind, die sich auf den Lernprozess beziehen und über das Lernen von Mathematik hinausgehen. Eine umfassende mathematische Grundbildung wird durch das Zusammenspiel dieser beiden Typen von Kompetenzen angestrebt.

Struktureller Aufbau

Jedes Kapitel beginnt mit einem offenen Einstieg. Daran schließt sich eine Aufgabe mit Lösung an, die den mathematischen Inhalt des Kapitels aufgreift. Neue Inhalte werden im Informationsbereich festgehalten und mit Musterbeispielen verdeutlicht.

Der Schwierigkeitsgrad der Übungsaufgaben steigt allmählich an und ist übersichtlich mit Symbolen bei jeder Aufgabe gekennzeichnet. Unterthemen sind klar abgegrenzt und mit einem Musterbeispiel versehen. Hellblaue Aufgabennummern und Überschriften kennzeichnen Zusatzstoffe.

Ziele des Buchs

Besonderer Wert wurde auf eine reichhaltige Aufgabenkultur gelegt, die vielfältige Schüleraktivitäten zum Erreichen sowohl der prozessbezogenen als auch der inhaltsbezogenen Kompetenzen anregt. Die Übungsaufgaben animieren zum Erkunden mathematischer Sachverhalte, zum Kommunizieren und Argumentieren über Lösungsansätze und zum Präsentieren der Problemlösungen. Die prozessbezogenen Kompetenzen werden durchweg gefördert und mit den mathematischen Inhalten verknüpft. Durchgängig werden dazu auch Aufgaben angeboten, die sich insbesondere für die Bearbeitung in Partner- und Teamarbeit eignen. Bei den inhaltsbezogenen Kompetenzen wurde darauf geachtet, dass nach Möglichkeit die Kompetenzen aller Sachgebiete in jedem Kapitel angesprochen werden – zumindest jeweils in Übungen, die eine Vernetzung zu anderen Inhalten und Vorgehensweisen herstellen.

Darüber hinaus fördern folgende Abschnitte die Schulung prozessbezogener Kompetenzen in größeren Zusammenhängen: Um Schülerinnen und Schülern im eigenständigen Erarbeiten mathematischer Themen zu schulen, enthält jedes Kapitel in der Regel

eine Lerneinheit *Zum Selbstlernen*, in der das Thema so aufbereitet ist, dass es von Lernenden ganz selbstständig bearbeitet werden kann. Unter der Überschrift *Fokus* werden innermathematische, aber auch fachübergreifende, komplexere Themen behandelt. Diese sind von besonderem, übergeordnetem Interesse und stehen in engem Zusammenhang zum Lerninhalt des Kapitels. Hier bietet sich ein Rahmen, diese Themen angemessen zu behandeln, z. B. die Erforschung der Anzahl von Ecken, Flächen und Kanten von Körpern. Zur Förderung der fachlichen Kompetenz des Problemlösens sind einige dieser Abschnitte als Forschungsaufträge formuliert. Diese Abschnitte gehen über die obligatorischen Inhalte des Kerncurriculums hinaus. So eignen sie sich auch zur Differenzierung und Förderung von eigenständigen Schüleraktivitäten. An geeigneten Stellen werden unter der Überschrift *Auf den Punkt gebracht* die für diese Klassenstufe vorgesehenen prozessbezogenen Kompetenzen akzentuiert zusammengefasst. Zum Training der inhaltsbezogenen Kompetenzen dienen auch folgende Elemente: Unter der Überschrift *Das kann ich noch!* sind

Übungen eingestreut zur regelmäßigen Reaktivierung von bereits erworbenem Grundwissen. Diese können im Unterricht oder als Hausaufgabe bearbeitet werden. Wiederholungen sind so integrativer Bestandteil des Unterrichts.

Um den Schülern die zentralen Grundqualifikationen eines Kapitels zu verdeutlichen, findet sich am Ende jedes Kapitels *Das Wichtigste auf einen Blick*. Neben der Zusammenfassung finden sich die passenden Beispiele, damit dem Schüler ein selbstständiges Nacharbeiten leichtfällt. Daran schließt sich *Bist du fit?* an. Hier können sich Schüler beispielsweise vor Klassenarbeiten selbst testen, da die Lösungen zu diesen Aufgaben am Ende des Buches angegeben sind.

Die folgende Planungshilfe gibt im Rahmen der prozessbezogenen Kompetenzen immer nur beispielhaft an, welche Ziele erreicht werden. Die geplante Zeit legt jede Schule individuell fest. Schulspezifische Umstände und Schwerpunkte können so berücksichtigt werden.

<p>1. Natürliche Zahlen und Größen Die Schülerinnen und Schüler erstellen Umfragen und stellen die erhobenen Daten grafisch dar. Sie erweitern ihr Wissen über natürliche Zahlen und Größen und lernen Schreibweisen von Zahlen in anderen Systemen kennen.</p>			
Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogenen Kompetenzen	Geplante Zeit
<p>1.1 Daten in einer Schulklasse 1.2 Große Zahlen – Stellenwerttafel 1.3 Fakultativ: Zweiersystem 1.4 Zahlenstrahl</p>	<p>Arithmetik/Algebra Bestimmen systematisch Anzahlen mithilfe von Strichlisten Stellen Zahlen in der Stellenwerttafel und am Zahlenstrahl dar</p>	<p>Operieren Schätzen Größen, wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus und wandeln sie um Runden Zahlen im Kontext sinnvoll und wenden Überschlag und Probe als Kontrollstrategien an</p>	



<p>1.5 Runden von Zahlen – Bilddiagramme Fokus: Zahlen der Ägypter und Babylonier</p> <p>1.6 Geld</p> <p>1.7 Längen</p> <p>1.8 Gewichte</p> <p>1.9 Zeiten Fokus: Geschichte der Einheiten für Länge und Gewicht</p> <p>1.10 Maßstab</p> <p>1.11 Säulendiagramme Auf den Punkt gebracht: Texte, Tabellen und Diagramme</p> <p>Das Wichtigste auf einen Blick Bist du fit?</p>	<p>Vergleichen, ordnen und runden natürliche Zahlen Geben Größen in verschiedenen Einheiten an und veranschaulichen sie in Diagrammen Rechnen mit Größen Stellen Zahlen in anderen Zahlensystemen (Zweiersystem und Römische Zahlen) dar</p> <p>Funktionen Veranschaulichen in Tabellenform notierte Zahlen und Größen in Diagrammen Entnehmen Informationen zu geometrischen Zusammenhängen aus Tabellen und Diagrammen Arbeiten zur Längenbestimmung mit maßstabsgetreuen Darstellungen</p> <p>Geometrie Arbeiten bei Diagrammen mit geometrischen Grundbegriffen Zeichnen Säulen- und Balkendiagramme Schätzen und bestimmen Längen</p> <p>Stochastik Erheben Daten und bestimmen systematisch Anzahlen mithilfe von Ur- und Strichlisten Teilen Daten begründet in Klassen ein und erstellen verschiedene Diagrammartentypen Entnehmen Informationen aus statistischen Darstellungen</p>	<p>Rechnen mit Maßstäben und fertigen Zeichnungen in geeigneten Maßstäben an Nutzen Tabellenkalkulationsprogramme zur Erstellung von Tabellen und Diagrammen</p> <p>Problemlösen Geben Problemsituationen in eigenen Worten wieder und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation bei der Arbeit mit längeren Texten im Abschnitt „Auf den Punkt gebracht: Texte, Tabellen und Diagramme“</p> <p>Modellieren Erheben Daten, fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen und bilden geeignete Klasseneinteilungen Stellen Häufigkeiten in Tabelle und Diagrammen dar auch unter Verwendung digitaler Hilfsmittel (Tabellenkalkulation)</p> <p>Kommunizieren Entnehmen und strukturieren Informationen aus mathemathhaltigen Texten und Darstellungen Wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen Diskutieren Vor- und Nachteile grafischer Darstellungen Übungsaufgaben in Partner- und Teamarbeit regen an zum Gespräch über Mathematik</p>	
<p>2. Rechnen mit natürlichen Zahlen Die Schülerinnen und Schüler lernen das Rechnen mit natürlichen Zahlen sowie die zugehörigen Rechengesetze kennen. Darüber hinaus erweitern sie ihre Fähigkeiten zu den schriftlichen Rechenverfahren.</p>			
<p>Thema</p>	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p>	<p>Prozessbezogenen Kompetenzen</p>	<p>Geplante Zeit</p>

<p>2.1 Addieren und Subtrahieren 2.2 Multiplizieren und Dividieren Fokus: Muster beim Rechnen erforschen 2.3 Schriftliches Dividieren Auf den Punkt gebracht: Schätzen und Überschlagen – Fermi-Fragen 2.4 Terme 2.5 Kommutativ- und Assoziativgesetz 2.6 Distributivgesetz Fokus: Chinesische Linien-Multiplikation 2.7 Zum Selbstlernen: Potenzieren 2.8 Geschicktes Bestimmen von Anzahlen – Zählprinzip 2.9 Teiler und Vielfache 2.10 Teilbarkeitsregeln 2.11 Primzahlen Das Wichtigste auf einen Blick Bist du fit?</p>	<p>Arithmetik/Algebra Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren natürliche Zahlen im Kopf und schriftlich Wenden Rechengesetze und Regeln an Nutzen das Basiskonzept der Primfaktorzerlegung Erforschen die Teilbarkeitsregeln und wenden sie an Nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen Nutzen Überschlag und Probe zur Kontrolle von Ergebnissen Bestimmen systematisch Anzahlen</p> <p>Funktionen Erkunden Muster in Beziehungen zwischen Zahlen und stellen Vermutungen auf (z.B. Im Blickpunkt S. 84). Entnehmen Informationen für Berechnungsmethoden und wenden diese an bei der chinesischen Linien-Multiplikation</p> <p>Geometrie Erfahren eine geometrische Art der Multiplikation ganzer Zahlen: die chinesische Linien-Multiplikation Entnehmen Zahlenfolgen aus geometrischen Figuren. Zeichnen Rechenbäume und –mauern, Baumdiagramme sowie Pfeilbilder – auch zum Veranschaulichen von Rechnungen am Zahlenstrahl.</p> <p>Stochastik Entnehmen Informationen aus statistischen Darstellungen</p>	<p>Operieren Bestimmen Teiler natürlicher Zahlen und wenden dabei die Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 4, 5 und 10 an Berechnen den Wert von Termen Zerlegen natürliche Zahlen in Primfaktoren und verwenden dabei die Potenzschreibweise Führen Grundrechenarten sowohl im Kopf als auch schriftlich durch</p> <p>Problemlösen Offene Aufgaben ermuntern zu eigenen Fragestellungen Kehren Rechenanweisungen um zur Lösung von Problemen</p> <p>Argumentieren Kombinieren bekannte Teilbarkeitsregeln zu weiteren Teilbarkeitsregeln, verknüpfen so Argumente zu Argumentationsketten Erläutern Eigenschaften von Primzahlen Begründen mithilfe von Rechengesetzen Strategien zum vorteilhaften Rechnen</p> <p>Kommunizieren Verbalisieren Rechenterme unter Verwendung von Fachbegriffen und übersetzen Rechenanweisungen und Sachsituationen in Rechenterme Aufgaben mit verschiedenen Lösungswegen und Fehlern motivieren zur Diskussion und führen zu Entscheidungen auf fachbezogener Grundlage Beschreiben mathematische Beobachtungen, finden Beispiele und Gegenbeispiele Dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese im Rahmen der Fermi-Aufgaben Geben anschauliche Begründungen</p>	
<p>3. Figuren und Körper Die Schülerinnen und Schüler lernen das Koordinatensystem sowie die Lage von Geraden zueinander kennen. Des Weiteren untersuchen sie besondere Vierecke und stellen spezielle Körper zeichnerisch dar, wie zum Beispiel das Netz und Schrägbild eines Quaders.</p>			

Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogenen Kompetenzen	Geplante Zeit
3.1 Zum Selbstlernen: Koordinatensystem 3.2 Zueinander orthogonale Geraden 3.3 Zueinander parallele Geraden 3.4 Vielecke – Besondere Vierecke Fokus: Zeichnen mit einem Dynamischen Geometrie-System (DGS) 3.5 Körper 3.6 Netz eines Quaders 3.7 Schrägbild eines Quaders Fokus: Anzahl von Ecken, Flächen und Kanten erforschen Das Wichtigste auf einen Blick Bist du fit?	Arithmetik/Algebra Bestimmen systematisch die Anzahl von Ecken, Flächen und Kanten geometrischer Objekte Geometrie Nutzen das Koordinatensystem Stellen geometrische Objekte mithilfe von Koordinaten dar Beschreiben die Lagebeziehung von Geraden zueinander Systematisieren besondere Vierecke anhand ihrer Eigenschaften Verwenden geometrische Grundbegriffe zur Beschreibung ebener und räumlicher Figuren Skizzieren Netze und Schrägbilder von Quadern	Operieren Erläutern Grundbegriffe und verwenden diese zur Beschreibung von ebenen Figuren und Körpern sowie deren Lagebeziehungen Zeichnen ebene Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Geodreieck, Lineal und Dynamischen Geometrie-Systemen Modellieren Identifizieren und charakterisieren Körper in bildlichen Darstellungen und in der Umwelt Stellen Quader und Würfel als Netz, Schrägbild und Modell dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen Argumentieren Korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten Charakterisieren besondere Vierecke Kommunizieren Greifen bei offenen Einstiegen Ideen auf und entwickeln sie weiter Klassifizieren besondere Vierecke	
4. Flächen- und Rauminhalte Die Schülerinnen und Schüler vergleichen und berechnen die Größen von Flächen. Des Weiteren bestimmen sie den Oberflächeninhalt und das Volumen verschiedener Körper. Sie wandeln Flächen- und Volumeneinheiten in andere Einheiten um.			
Thema	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogenen Kompetenzen	Geplante Zeit
4.1 Größenvergleich von Flächen 4.2 Flächeninhaltseinheiten 4.3 Umrechnen in andere Einheiten 4.4 Flächeninhalt und Umfang eines Rechtecks 4.5 Rechnen mit Flächeninhalten Fokus: Flächeninhalt beliebiger Figuren	Arithmetik/Algebra Stellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar Nutzen die Stellenwerttafel für Flächeninhalte und Volumina Vergleichen, ordnen und runden Flächeninhalte und Volumina Wenden Grundrechenarten zur Berechnung von	Operieren Nutzen das Grundprinzip des Messens bei der Flächen- und Volumenbestimmung Fertigen Zeichnungen zu Berechnungsproblemen mit Geodreieck und Lineal an. Berechnen den Umfang und Flächeninhalt von Vierecken sowie den Oberflächeninhalt und das Volumen einfacher Körper	



<p>4.6 Flächeninhalt rechtwinkliger Dreiecke 4.7 Größen von Körpern – Volumen 4.8 Volumeneinheiten 4.9 Umrechnen in andere Einheiten 4.10 Volumen eines Quaders 4.11 Zum Selbstlernen: Oberflächeninhalt eines Quaders 4.12 Rechnen mit Oberfläche und Volumen Auf den Punkt gebracht: Modellieren mit Flächen und Körpern Das Wichtigste auf einen Blick Bist du fit?</p>	<p>Flächeninhalten und Volumina an Nutzen ihre arithmetischen Kenntnisse bei Problemen zu Flächeninhalt und Volumen Bestimmen Anzahlen von Einheitsquadraten und Einheitswürfeln beim Auslegen durch systematisches Zählen</p> <p>Funktionen Stellen Beziehungen zwischen Größen in Stellenwerttabellen her Arbeiten mit Darstellungen mit einfachen Maßstäben</p> <p>Geometrie Zerlegen geometrische Objekte zur Berechnung in einfache Grundfiguren und Grundkörper Zeichnen einfache Vielecke und Körper im Zusammenhang mit Berechnungen Schätzen und bestimmen Längen, Umfänge, Flächeninhalte und Volumina</p>	<p>Modellieren Erarbeiten Fragestellungen zu Sachsituationen mithilfe von Tabellen, Figuren und Diagrammen. Das Vorgehen beim Lösen von Sachaufgaben wird in <i>Auf den Punkt gebracht</i> zusammengefasst Finden geeignete Repräsentanten zu vorgegebenen Flächeninhalten und Volumina, um eine geeignete Größenvorstellung zu erhalten</p> <p>Problemlösen Nutzen zunächst Einheitsquadrate und Einheitswürfel bei der Bestimmung von Flächen und Volumen Wenden Flächenberechnungen auch an Körpern an bei der Berechnung des Oberflächeninhalts Lösen Probleme durch Messen und Rechnen sowie durch systematisches Probieren</p> <p>Kommunizieren Stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründet Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf und erfahren so z. B. die Sinnhaftigkeit von Einheiten Stellen Rechenschritte nachvollziehbar dar</p>	
<p>5. Brüche – Addieren und Subtrahieren Die Schülerinnen und Schüler lernen Teile eines Ganzen mit Brüchen zu beschreiben. Außerdem werden Brüche auf verschiedene Arten dargestellt. Die Schülerinnen und Schüler vergleichen Brüche und erarbeiten die Addition und Subtraktion von Brüchen.</p> <p>Je nach Schulcurriculum und Zeit kann dieses Kapitel in Klasse 5 oder 6 behandelt werden und wird daher auch in Band 6 (ISBN 978-3-507-101224-8) angeboten.</p>			
<p>Thema</p>	<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p>	<p>Prozessbezogenen Kompetenzen</p>	<p>Geplante Zeit</p>
<p>5.1 Brüche – Anteile eines Ganzen 5.2 Unechte Brüche – Gemischte Schreibweise 5.3 Zum Selbstlernen: Bruch als Quotient natürlicher Zahlen 5.4 Erweitern und Kürzen 5.5 Bestimmen des Anteils –</p>	<p>Arithmetik/Algebra Erweitern den bekannten Zahlbereich um die positiven ganzen Zahlen Stellen Brüche auf vielfältige Weise dar: handelnd und zeichnerisch an verschiedenen Objekten Deuten Brüche als Größen und Operatoren Vergleichen Brüche mit inhaltsbezogener Deutung</p>	<p>Operieren Zeichnen geeignete Figuren zur zeichnerischen Darstellung von Brüchen Stellen Zahlen auf unterschiedlichen Weisen dar, vergleichen sie und wechseln situationsangemessen zwischen den verschiedenen Darstellungen Deuten Brüche als Anteile, Operatoren, Quotienten, Zahlen und</p>	

<p>Prozentschreibweise 5.6 Bestimmen eines Teils eines Ganzen 5.7 Bestimmen des Ganzen 5.8 Mischungs- und Teilverhältnisse 5.9 Vergleichen von Brüchen 5.10 Brüche am Zahlenstrahl 5.11 Brüche addieren und subtrahieren Fokus: Brüche in der Musik Auf den Punkt gebracht: Führen von Merkheften Das Wichtigste auf einen Blick Bist du fit?</p>	<p>Ergänzen Brüche zu einem Ganzen und vervielfachen sie in einfachen Fällen - stets durch Rückgriff auf die inhaltliche Bedeutung Addieren und Subtrahieren Brüche</p> <p>Funktionen Veranschaulichen Brüche durch Teile in einfachen geometrischen Figuren Verwenden das Grundprinzip des Kürzens und Erweiterns von Brüchen als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung. Stellen den Zusammenhang geeigneter Darstellungen von Anteilen zu Brüchen her</p> <p>Geometrie Arbeiten bei Brüchen mit geeigneten geometrischen Figuren Stellen einfache Brüche zeichnerisch dar Schätzen und bestimmen Bruchteile bei bildlichen Darstellungen</p>	<p>Verhältnisse Kürzen und erweitern Brüche und deuten dies als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung Berechnen Bruchteil, Anteil und Ganzes Führen Addition und Subtraktion von Brüchen sowohl im Kopf als auch schriftlich durch</p> <p>Argumentieren Benennen Beispiele für vermutete Zusammenhänge bei den Regeln zur Addition von Brüchen</p> <p>Kommunizieren Verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege beim Rechnen mit Brüchen Stellen Rechenschritte nachvollziehbar dar</p> <p>Modellieren Fertigen Tabellen und Diagramme zur Verwendung von Brüchen in Sachsituationen an Deuten Bruchteil, Anteil und Ganzes im Kontext</p>	
---	---	--	--