Kompendium – Zum Erinnern und Wiederholen

Lösungen Übungen

235

1 a) $5 + 4\sqrt{2}$ b) $2(\sqrt{10} - \sqrt{6})$ c) $2\sqrt{x} + 3\sqrt{y}$
d) $4\sqrt{a} - 6$ e) $\sqrt{11}$ f) $5(\sqrt{3} - \sqrt{6}) + 4(\sqrt{10} + \sqrt{11})$
g) $\sqrt{30}$ h) $5\sqrt{14}$ i) $3\sqrt{33}$
j) 13 k) 18 l) 250
m) $2\sqrt{2} + \sqrt{6}$ n) $3 - 5\sqrt{3}$

2 a) $ab\sqrt{a}$ b) $2xy^2\sqrt{3}$ c) $2y\sqrt{6xy}$ d) $\sqrt{c}$ e) $2\sqrt{x}$
f) $5ab\sqrt{3}$ g) $\frac{a\sqrt{b}}{b}$ h) $\frac{\sqrt{a}}{2}$ i) $\frac{12x}{y^2}$ j) $\frac{ac}{b}$

236

1 a) $2ab + 2ac$ b) $5xy$ c) $2ab - 3b + 3b^2$
d) $-2xy - 7xz$ e) $3ab^2 - 6ab$ f) $a^2 + 2ab + b^2$
g) $-10ab$ h) x^2y i) $3.5xy$

2 a) $2x - 2$ b) $a - b$ c) $8x + 3y$ d) $-21x + 5$ e) $-8x$ f) $x^2 - xy$

3 a) $2(\mathbf{3x} - 5) = 6x - \mathbf{10}$ b) $\mathbf{2a}(5 - \mathbf{7b}) = 10a - 14ab$ c) $(2x + \mathbf{4})^2 = \mathbf{4x^2} + \mathbf{16x} + 16$
d) $9a^2 + \mathbf{6ac} + c^2 = (\mathbf{3a} + c)^2$ e) $(x - \mathbf{3}) \cdot (4 - \mathbf{a}) = 4x - a\mathbf{x} + 3a - 12$

4 a) $4x \cdot (y + 2)$ b) $3t \cdot (4t - 1)$
c) $0.5ab \cdot (20a + 6 - 10b)$ d) $a \cdot (a + 1)$
e) keine Produktbildung möglich f) $x \cdot (9x - a + 4)$
g) $x \cdot (x^2 + x + 1)$ h) $(x + 1) \cdot (3 + a)$

237

1 a) $x = \frac{15}{3}$ b) $x = -1.5$ c) $x = 9$ d) $x = 3$ e) nicht lösbar
f) $x = 5$ g) allgemeingültig h) $x = \frac{16}{13}$ i) $x = \frac{1}{8}$ j) $x = 4$
k) $x = 7$ l) $x = 0.7$
m) $10x = 10x$; wahre Aussage, da die Gleichung immer erfüllt ist.
n) $6x = 36x$; $x = 0$ ist die einzige richtige Lösung.
o) $x = -5$ p) $x = 3$
q) keine Lösung möglich, weil sich eine unwahre Aussage ergibt.
r) $x = 0$ s) $x = -\frac{1}{3}$ t) $x_1 = 1$; $x_2 = -1$
u) $x = -1$ v) $\mathbb{L} = \mathbb{R}$

238

1 a) $x = 3$; $y = -2$ b) $x = -\frac{1}{2}$; $y = 4$ c) keine Lösung

2 x = Breite; y = Länge
$2x + 2y = 130$
$3y = 10x$
$\Rightarrow x = 15\,m$; $y = 50\,m$; $A = 750\,m^2$

3 Anjas Alter: x; Carols Alter: y
$x + y = 66$
$x = 2y + 2$
$\Rightarrow x = 44.7$; $y = 21.3$;
Anja ist 44 Jahre und 8 Monate alt, Carol ist 21 Jahre und 4 Monate alt.

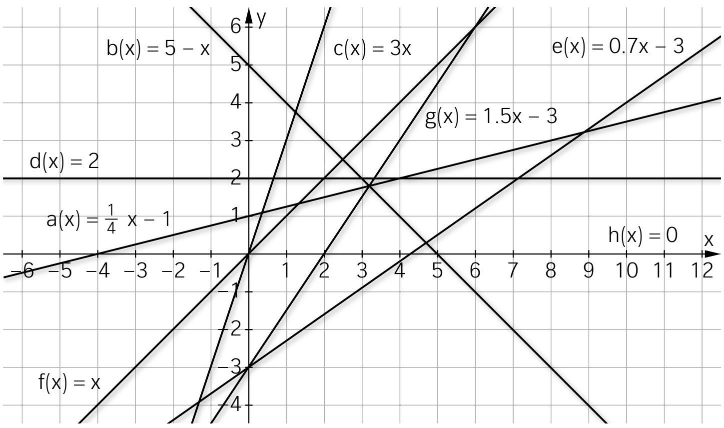
239 **1** a) $x^2 = 4x - 2;$ $x_1 = 0.586;\ x_2 = 3.414$
b) $x^2 = -2x + 6;$ $x_1 = -3.646;\ x_2 = 1.646$
c) $2x^2 = \frac{1}{2}x + 7;$ $x_1 = -2.408;\ x_2 = 2.908$
d) $x^2 = 7 + \frac{2}{3}x;$ $x_1 = -\frac{7}{3};\ x_2 = 3$
e) $x^2 = 3x + 40;$ $x_1 = -5;\ x_2 = 8$
f) $x^2 = -6x - 7;$ $x_1 = -4.414;\ x_2 = -1.586$
g) $4x^2 + 10x + 6 = 8x^2 - 44 \Rightarrow x^2 - 2.5x - 12.5 = 0 \Rightarrow x_1 = -2.5;\quad x_2 = 5$
h) $x^2 + 16x + 14 = 0 \Rightarrow (x+8)^2 = 50 \Rightarrow x_1 = -8 - \sqrt{50};\quad x_2 = -8 + \sqrt{50}$
i) $5x^2 - 13x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1.3 - 0.1\sqrt{109};\quad x_2 = 1.3 + 0.1\sqrt{109}$
j) $-3x^2 + 14x + 19 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{14 - \sqrt{424}}{6};\quad x_2 = \frac{14 + \sqrt{424}}{6}$
k) $x^2 - 100 = 0 \Rightarrow x_1 = -10;\quad x_2 = 10$
l) $x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x_1 = 0;\quad x_2 = 4$

240 **1** a) $(-4^2)^3 = -(4^2)^3 < (-4^3)^2 < (-4)^{(2^3)}$ b) $(-4)^2 \cdot (-4^3) < -4^2 \cdot (-4^3) < (-4)^{2^3}$

2 a) $-a^5 \cdot b^3$ b) $\frac{x^4}{y^2}$ c) x^2 d) $-(x \cdot y)$ e) $xy\left(x^3 + y^3 + \left(\frac{x}{y}\right)^3\right)$
f) x g) x h) $(x^3 + y^3)^{\frac{1}{3}}$ i) $x^{\frac{15}{6}}$ j) x

3 a) $x = \sqrt[5]{500}$ b) $x = \left(\sqrt[5]{500}\right)^{-1}$ c) $x = \pm\sqrt[4]{18}$ d) keine Lösung

241 **1**

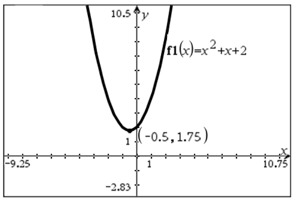


2 a) Punkt-Steigungs-Form: $f(x) = \frac{3}{2}(x - (-2)) + 5 = 1.5x + 8$
b) Nullstellenform: $f(x) = -\frac{1}{3}(x - 2.5) = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{6}$
c) $m = \frac{6 - 8}{4 - (-2)} = -\frac{1}{3}.$
Punkt-Steigungs-Form: $f(x) = -\frac{1}{3}(x - 4) + 6 = -\frac{1}{3}x + \frac{22}{3}$

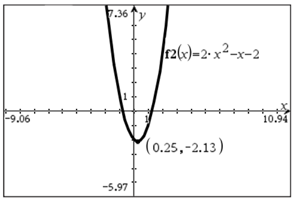
3 Nullstellen: f_1: $x = -2$; f_2: $x = -\frac{4}{3}$; f_3: $x = -8$
Lagebeziehung: $f_1 - f_2$: $S\left(-\frac{6}{5}\middle|\frac{2}{5}\right)$; $f_1 - f_3$: parallel; $f_2 - f_3$: $S(0|4)$

242 **1**

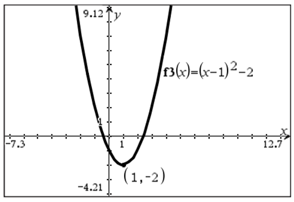
a) S(−0.5 | 1.75)



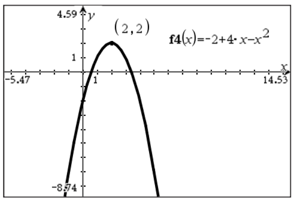
b) S(0.25 | −2.13)



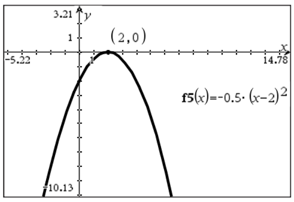
c) S(1 | −2)



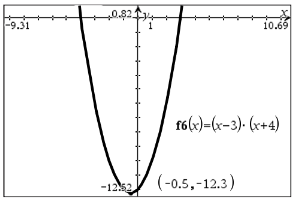
d) S(2 | 2)



e) S(2 | 0)



f) S(−0.5 | −12.3)

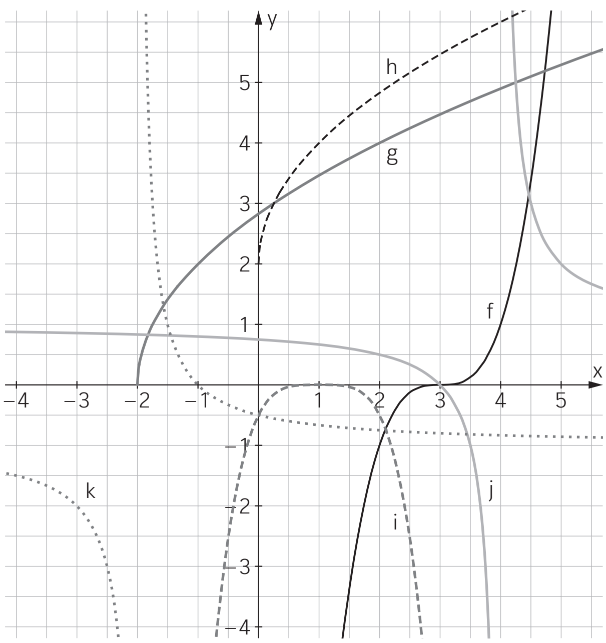


2 a) (1) y-Achsenabschnitt: $f(0) = 2$; Nullstellen: $x_1 = -1$ und $x_2 = 2$
(2) $f(-2) = -4$ $f(5) = -18$
(3) –
(4) Bei $S(0.5 | 2.25)$ hat f den höchsten Punkt.
(5) $x < -1$ und $x > 2$

b) (1) y-Achsenabschnitt: $f(0) = 4.5$; Nullstelle: $x = 3$
(2) $f(-2) = 12.5$ $f(5) = 2$
(3) $x_1 \approx 0.5$ und $x_2 \approx 5.5$
(4) Bei $S(3 | 0)$ hat f den tiefsten Punkt.
(5) –

c) (1) y-Achsenabschnitt: $f(0) = 2$; Nullstellen: $x_1 \approx 0.4$ und $x_2 \approx 3.6$
(2) $f(-2) = 14$ $f(5) = 7$
(3) $x_1 \approx -0.25$ und $x_2 \approx 4.25$
(4) Bei $S(2 | -2)$ hat f den tiefsten Punkt.
(5) $0.4 < x < 3.6$

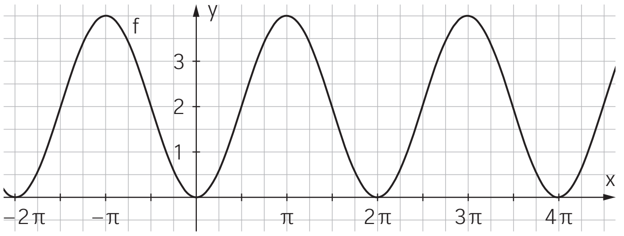
243 **1**



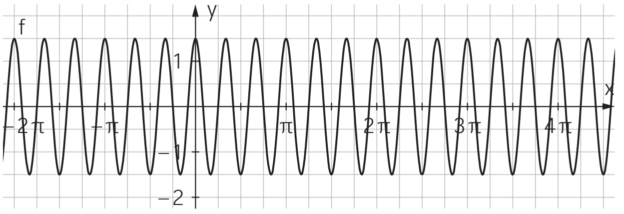
244

1 a) $y = 2 \cdot \sin(0.5 \cdot x)$
b) $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$ oder z. B. $y = \sin\left(2x - \frac{3\pi}{2}\right) + 1$
c) $y = -\sin(2x)$ oder z. B. $y = \sin(2x - \pi)$

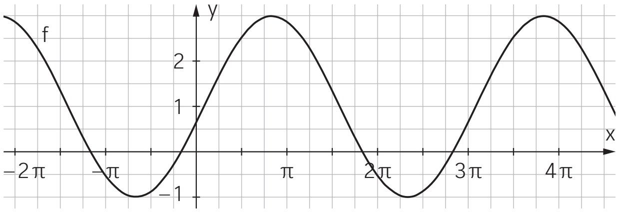
2 Links: $f(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$



Mitte: $f(x) = 1.5\sin\left(6x + \frac{\pi}{2}\right)$



Rechts: **Anmerkung zur ersten Auflage:** y-Werte sollten zwischen −1 und 3 liegen.
$f(x) = 2\sin\left(\frac{2}{3}x - \frac{\pi}{18}\right) + 1$



245

1 $12^2 + 5^2 = c^2 \Rightarrow c = 13$

2 $a^2 + a^2 = 16^2 \Rightarrow a = \sqrt{128} \approx 11.31$

3 $L = \sqrt{250^2 + 20^2} = \sqrt{62\,900} \approx 250.7987$. Die Länge des Strassenabschnittes ist ca. 250.8 m, also nur unwesentlich länger als die horizontale Strecke.

4 $d = \sqrt{(4-2)^2 + (6-3)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{29} \approx 5.3852$

5 $d = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} \approx 6.4031$; $e = \sqrt{d^2 + 3^2} = \sqrt{50} \approx 7.0711$

6 $2.5^2 + h^2 = 5^2 \Rightarrow h = \sqrt{18.75} \approx 4.3301$

246 1 a) $A = 30\ \text{cm}^2$ b) $A = \frac{1}{2}(2+5)\cdot 4 = 14$

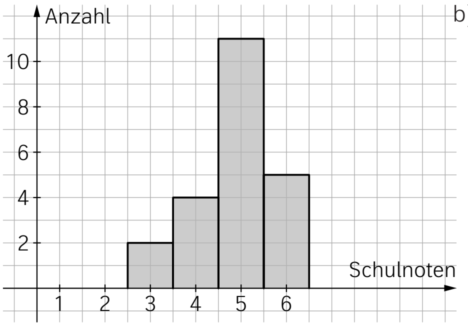
2 a) $A = 16\pi \approx 50.2655$; $U = 8\pi \approx 25.1327$
b) $4 = \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \approx 1.1284$; $\Rightarrow d = 2\cdot\sqrt{\frac{4}{\pi}} \approx 2.2568$; $U = \pi \cdot d = 2\pi\sqrt{\frac{4}{\pi}} \approx 7.0898$

3 Der Radius ist nicht bekannt, er bleibt ein Parameter: $b = \frac{165}{180}\cdot\pi\cdot r = \frac{11}{12}\cdot\pi\cdot r$; $A = \frac{11}{24}\cdot\pi\cdot r^2$

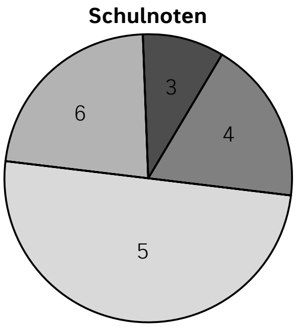
247 1 K_1: $V = 30\cdot 2\,\text{cm}^3 = 60\,\text{cm}^3$; K_2: $V = \frac{1}{3}\cdot 15\cdot 0.03\,\text{cm}^3 = 0.15\,\text{cm}^3$; K_3: $V = 75\cdot 2\,\text{cm}^3 = 150\,\text{cm}^3$

2 $V = a\cdot 2a\cdot a - \left(\pi\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2\cdot 2a\right) = 2a^3 - \frac{\pi}{2}\cdot a^3 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\cdot a^3 \approx 0.4292\,a^3$

248 1 a)



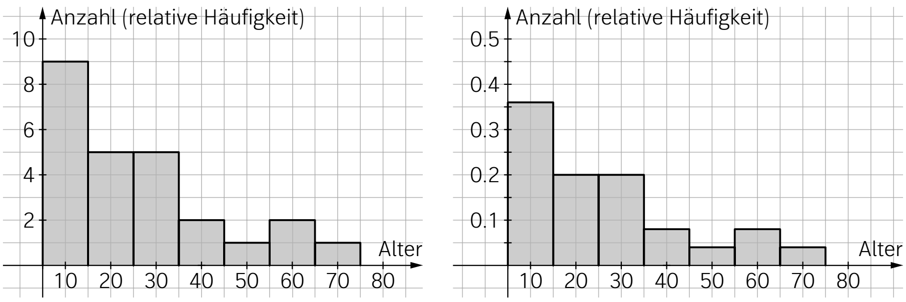
b)



2 a)

Alter	0–10	11–20	21–30	31–40	41–50	51–60	61–70
Anzahl	9	5	5	2	1	2	1

b)



249 1 a) Median:
15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 17, **17**, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 58, 58
Insgesamt sind es 25 Werte, der Median entspricht daher dem 13. Wert der sortierten Liste, dieser ist 17.

b) Der Median charakterisiert das Alter der Teilnehmenden besser, da die Begleitpersonen deutlich älter sind als die Teilnehmenden und deren Alter das arithmetische Mittel stark, den Median jedoch überhaupt nicht beeinflusst. Man sollte das Alter der beiden Leiter besser als Ausreisser werten.

c) arithmetisches Mittel: $\bar{x} = \frac{3}{24}\cdot 15 + \frac{8}{24}\cdot 16 + \frac{12}{24}\cdot 17 + \frac{1}{24}\cdot 58 = 18.125$
Median:
15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, **17**, **17**, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 58
Insgesamt sind es nun noch 24 Werte, der Median entspricht daher dem arithmetischen Mittel der beiden mittleren Werte der sortierten Liste: $\tilde{x} = \frac{17+17}{2} = 17$.
Man erkennt, dass sich das arithmetische Mittel stark, der Median überhaupt nicht verändert.

MATHEMATIK NEUE WEGE, ISBN 978-3-0359-1402-L, Westermann Schulverlag Schweiz AG

250 **1**

	(A)	(B)	(C)
a)	$\overline{x} = 9$	$\overline{x} = 9$	$\overline{x} = 9$
b)	$s = \sqrt{\frac{(-5)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2}{5}} = \sqrt{8} = 2.83$	$s = 0$	$s = \sqrt{\frac{158}{5}} = 5.62$

c) Datensatz C

d) Die Werte von Datensatz C streuen am weitesten, die Spannweite ist am grössten.

2 a) Spannweite:
Maximum − Minimum = 115 000 − 75 000 = 40 000

b) Varianz:
zunächst das arithmetische Mittel:

$\overline{x} = \frac{82\,000 + 75\,000 + 80\,500 + 93\,500 + 98\,000 + 115\,000 + 85\,500}{7} = \frac{629\,500}{7} = 89\,928.57$

$V = (82\,000 - 89\,928.57)^2 - (75\,000 - 89\,928.57)^2 = 157\,244\,898$

c) Standardabweichung:

$s = \sqrt{V} = \sqrt{157\,244\,898} \approx 12\,539.73$