

## 7

WOLDEMAR VOIGT  
1850 – 1919  
ALBERT EINSTEIN  
1879 – 1955,  
Nobelpreis 1922

# Spezielle Relativitätstheorie

MICHELSON widerlegte 1881 die Annahme, dass sich Licht als Schwingung im Äther ausbreite. Eine phänomenologische Deutung gelang VOIGT 1887, indem er die GALILEI-Transformation durch eine neue Gleichung (LORENTZ-Transformation) ersetzte, die H. A. LORENTZ 1892 richtig als Längenkontraktion interpretierte. ALBERT EINSTEIN schließlich erkannte 1904 das zugrunde liegende Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.

## 7.1 Grundlagen

### Inertialsysteme und die GALILEI-Transformation

Die Beschreibung einer Bewegung erfolgt immer relativ zum **Bezugssystem** des Beobachters, also einem Koordinatensystem in dem er selbst ruht. Man unterscheidet zwischen unbeschleunigten **Inertialsystemen** und beschleunigten Bezugssystemen, in denen **Trägheitskräfte** auftreten (→ Seite 25). Die wesentliche Eigenschaft von Inertialsystemen ist das **Relativitätsprinzip**: Alle physikalischen Gesetze haben in allen Inertialsystemen die gleiche Form. Insbesondere gelten in ihnen NEWTONS Axiome (→ Seite 8). In der klassischen (nicht relativistischen) Mechanik bedeutet diese Aussage, dass nur der Ort und die Geschwindigkeit eines Objektes sowie die hiervon abgeleiteten Größen von der Wahl des Koordinatensystems abhängen. Die Zeit und die Masse von Objekten sind hingegen universelle, in allen Inertialsystemen identische Größen. Beim Übergang von einem **Inertialsystem** zu einem anderen werden Orte und Geschwindigkeiten mithilfe der **GALILEI-Transformation** umgerechnet:

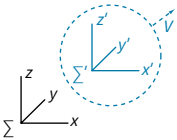


Abb. 7.1: Das Inertialsystem  $\Sigma'$  bewegt sich relativ zu dem Inertialsystem  $\Sigma$  mit der konstanten Geschwindigkeit  $\vec{V}$ .

#### GALILEI-Transformation

Bewegt sich das Inertialsystem  $\Sigma'$  relativ zu dem Inertialsystem  $\Sigma$  mit der Geschwindigkeit  $V$  in  $x$ -Richtung, so gilt für die Koordinaten:

$$x = x' + V \cdot t \quad \text{und} \quad y = y' \quad \text{und} \quad z = z'$$

Für die Geschwindigkeiten gilt:  $v_x = v'_x + V$  und  $v_y = v'_y$  und  $v_z = v'_z$

In vektorieller Darstellung kann die GALILEI-Transformation etwas allgemeiner dargestellt werden:  $\vec{x} = \vec{x}' + \vec{V} \cdot t$  und  $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$

#### Vorsicht: Falle

Die GALILEI-Transformation gilt nur in der klassischen, nicht relativistischen Mechanik. Sobald die Geschwindigkeit  $V$  die Größenordnung Kilometer pro Sekunde erreicht, muss relativistisch gerechnet werden!

## Die spezielle Relativitätstheorie

Die **spezielle Relativitätstheorie** beschreibt die Veränderung physikalischer Größen beim Übergang von einem Inertialsystem zu einem anderen. Für niedrige Geschwindigkeiten entspricht dies der GALILEI-Transformation. Bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit ergeben sich völlig andere Gleichungen. Der konzeptionelle Unterschied zwischen der GALILEI-Transformation und der speziellen Relativitätstheorie ist die Annahme der **Nahwirkungstheorie**: Jedes Signal kann sich nur mit einer endlichen Geschwindigkeit ausbreiten.

Als Folge des **Relativitätsprinzips** ist die maximale Signalgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen identisch und entspricht der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  (experimenteller Befund). Aus der Nahwirkungstheorie folgt somit, dass sich kein Körper schneller als das Licht bewegen kann.

Es gibt eine maximale Geschwindigkeit mit der sich Signale (Materie, Felder und Informationen) bewegen können.

Diese Geschwindigkeit ist in allen Inertialsystemen gleich und wird als (Vakuum-)Lichtgeschwindigkeit  $c_0$  bezeichnet\*.

\* Zur Vereinfachung wird in diesem Kapitel der Index 0 weggelassen.

Lichtgeschwindigkeit

Die Annahme einer in allen Inertialsystemen identischen Lichtgeschwindigkeit  $c$  hat eine wesentliche Konsequenz: Die Zeit ist keine universelle und absolute Größe, sondern ist von der Wahl des Inertialsystems abhängig.

### MICHELSON-Experiment

Zwei Schwimmer sollen in einem Fluss (Strömung  $V$ ) die gleiche Strecke  $L$  schwimmen (Geschwindigkeit  $c$  relativ zum Wasser), wobei der eine quer zum Fluss und der andere flussaufwärts schwimmt. Der erste wird um die Zeitdifferenz  $\Delta t = \frac{L}{c} \frac{V^2}{c^2}$  gewinnen.

Wenn wir annehmen, dass sich Licht in einem Medium (dem sogenannten Äther) ausbreitet, können wir mit einem MICHELSON-Interferometer (→ Seite 106) ein analoges Experiment aufbauen. Bedingt durch die Relativbewegung der Erde um die Sonne erwarten wir, dass die beiden Arme des Interferometers regelmäßig ihre Rolle tauschen. Ein solcher Effekt wurde jedoch nicht beobachtet. Damit wurden zwei Dinge bewiesen:

- ① Es gibt keinen Äther, also kein Medium in dem sich Licht als (zum Beispiel mechanische) Schwingung ausbreitet.
- ② Die Lichtgeschwindigkeit ist in allen Inertialsystemen konstant.

Zusatzwissen

ALBERT ABRAHAM  
MICHELSON  
1852 – 1931,  
Nobelpreis 1907

Sobald mehr als ein Inertialsystem verwendet wird, müssen für alle Ereignisse Ort und Zeit angegeben werden. Jedes Ereignis wird als **Weltpunkt** mit den Koordinaten  $(c \cdot t, x, y, z)$  in einem 4-dimensionalen pseudo-euklidischen Raum (MINKOWSKI-Raum) beschrieben.

HERMANN MINKOWSKI  
1864 – 1909

Der Abstand  $s$  zweier Weltpunkte  $(c \cdot t_1, x_1, y_1, z_1)$  und  $(c \cdot t_2, x_2, y_2, z_2)$  wird so definiert, dass er von der Wahl des Inertialsystems unabhängig ist:

$$s^2 = c^2 (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2.$$

Der Verbindungsvektor zwischen zwei Weltpunkten wird nach der „Länge“ des Abstandes klassifiziert: Ist  $s^2 > 0$  so heißt der Vektor **zeitartig**, bei  $s^2 < 0$  heißt er **raumartig** und bei  $s^2 = 0$  **lichtartig**.

Die Menge aller lichtartigen Vektoren bilden den **Lichtkegel** (→ Abb. 7.2).

Alle Weltpunkte innerhalb des Lichtkegels heißen **absolute Vergangenheit/absolute Zukunft**. Alle Punkte außerhalb heißen **absolut entfernt**.

Die Unterscheidung von zeitartigen und raumartigen Entfernungen spiegelt eine wesentliche Konsequenz der Relativität wider. Abhängig von der Wahl des Inertialsystems ist der räumliche Abstand zweier Weltpunkte mit zeitartigem Abstand frei wählbar. Insbesondere ist es möglich, ein Inertialsystem zu finden, in dem zwei Ereignisse mit zeitartigem Abstand am gleichen Ort stattfinden. Es gibt jedoch kein Inertialsystem, an dem die Ereignisse gleichzeitig stattfinden. Bei Punkten mit raumartigem Abstand verhält es sich genau umgekehrt. Es ist zwar möglich, ein Inertialsystem zu finden, in dem die Ereignisse gleichzeitig stattfinden, aber es ist nicht möglich, dass die Ereignisse am selben Ort stattfinden.

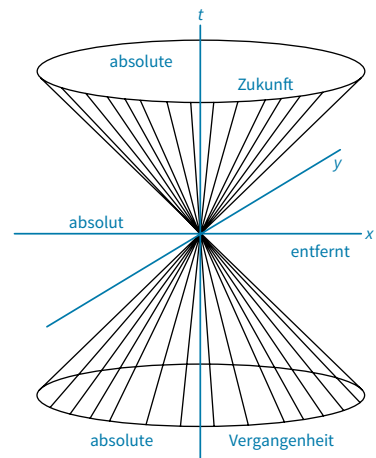


Abb. 7.2: Der Lichtkegel zerlegt die Raumzeit von einem bestimmten Weltpunkt aus betrachtet in drei Bereiche: Innerhalb des Doppelkegels liegen Ereignisse die zu dem Weltpunkt eine zeitartige Beziehung haben, außerhalb solche, die mit ihm raumartig verknüpft sind.

## Weltpunkte

Ereignisse  $(c \cdot t, x, y, z)$  werden als Weltpunkte bezeichnet. Ihr Abstand  $s$  ist von der Wahl des Inertialsystems unabhängig und beträgt:

$$s^2 = c^2 (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2.$$

Man unterscheidet:  $s^2 > 0$  **zeitartige** Abstände;  $s^2 < 0$  **raumartige** Abstände;  $s^2 = 0$  **lichtartige** Abstände

## Allgemeine Relativitätstheorie

Die spezielle Relativitätstheorie gilt nur für Inertialsysteme, also nur für einen Spezialfall. Die Allgemeine Relativitätstheorie gilt hingegen auch für **beschleunigte Bezugssysteme**.

Nehmen wir an, der Baron von Münchhausen fliegt auf einer Kanonenkugel. Diese bewegt sich im **Gravitationsfeld** der Erde auf einer Parabel (Der **schiefe Wurf**, → Seite 18). Das Bezugssystem des Barons ist ein beschleunigtes Bezugssystem. Dennoch wird der Baron keine Trägheitskräfte spüren (freier Fall).

In Analogie zur Allgemeinen Relativitätstheorie würde man sagen: Der Raum, in dem sich Münchhausen bewegt ist entlang seiner Flugbahn gekrümmt. Tatsächlich definiert die Allgemeine Relativitätstheorie die Raumkrümmung als die Krümmung, die ein Lichtstrahl im Gravitationsfeld erfährt. Diese Ablenkung des Lichts wird verständlich, wenn wir an die relativistische Masse des Photons denken (COMPTON-Effekt, → Seite 132 f.).

Experimentell lässt sie sich bei einer totalen Sonnenfinsternis bestimmen: Durch die Ablenkung im Gravitationsfeld der Sonne können wir am Rand der Sonnenscheibe Sterne beobachten, die ohne Raumkrümmung von der Sonne verdeckt würden. Ohne eine professionelle Ausrüstung ist dieser Effekt jedoch nicht nachzuweisen, da die Ablenkung durch die Sonne nur  $1,75'' \approx 5 \cdot 10^{-4}^\circ$  beträgt.

### GPS (Global Positioning System)

GPS

Die GPS-Navigation beruht auf der Entfernungsmessung zwischen dem Standort und der sehr genau bekannten Position von mindestens drei der 24 Satelliten, welche die Erde mit einer Geschwindigkeit von 14 000 km/h in einer Höhe von 20 000 km umkreisen.

Zur Entfernungsmessung wird ein sehr genaues Zeitsignal verwendet, das die Satelliten kontinuierlich aussenden.

Um die benötigte Genauigkeit zu erzielen, müssen die Atomuhren an Bord der Satelliten relativistische Korrekturen von  $38 \mu\text{s}/\text{Tag}$  berücksichtigen:  $7 \mu\text{s}/\text{Tag}$  gehen die Uhren langsamer als auf der Erde aufgrund der aus der speziellen Relativitätstheorie bekannten Zeitdilatation (→ Seite 167) und  $45 \mu\text{s}/\text{Tag}$  gehen sie schneller, weil das Gravitationsfeld in dieser Höhe etwas geringer ist.