Sichern und Vernetzen – Vermischte Aufgaben

Lösungen zu Kapitel 1

34

1 *Gleichungen über Gleichungen*

a) $x = \frac{15}{3}$ b) $x = -1{,}5$ c) $x = 9$ d) $x = 3$ e) nicht lösbar
f) $x = 5$ g) allgemeingültig h) $x = \frac{16}{13}$ i) $x = \frac{1}{8}$

2 *Vom Text zur Gleichung*

a) $4x = 52$; $x = 13$ b) $\frac{x}{2} + 2 = 2x$; $x = \frac{4}{3}$ c) $x + 2x = 30$; $x = 10$ d) $(x + 1) \cdot 3 = 4x - 1$; $x = 4$

3 *Ein Dreieck*

$2x + 12 = 20$; $x = 4$

4 *Zwei Strecken*

$x + 19 = 2x + 9$; $x = 10$

5 *Zahlenmauern mit Termen*

Zahlenmauer links
Oberer Stein: $7 + 2x$
Mittlerer Stein links: $5 + x$; mittlerer Stein rechts: $x + 2$

Zahlenmauer rechts
Oberer Stein: $x + 4$
Mittlerer Stein links: $x + 1$; mittlerer Stein rechts: 3

Damit im oberen Stein der beiden Zahlenmauern die gleiche Zahl steht, muss folgende Gleichung gelten:
$7 + 2x = x + 4$, also $x = -3$

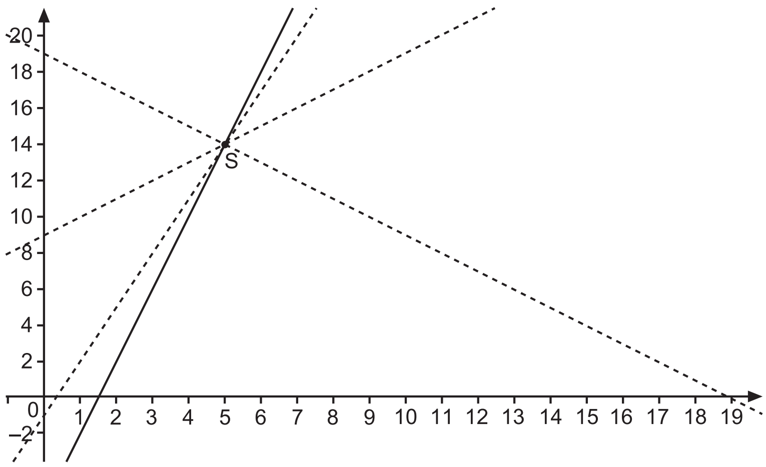
6 *Tabellen und eine Grafik*

a) Es gibt keine Lösung, weil stets gilt: $T_1(x) = T_2(x) - 2$
b) Für die Lösung x muss gelten: $0 < x < 1$
c) Es gibt zwei Lösungen: $x = 0{,}5$ und $x = 4$

35

7 *Gleichungen bauen*

a) $x = 5$
b) Z. B.: $4x - 6 = 3x - 1$ oder $4x - 6 = x + 9$ oder $4x - 6 = -x + 19$



Der schwarze Graph stellt den Term $4x - 6$, die gestrichelten Graphen die drei anderen Terme dar.
Gemeinsamkeiten: Alle vier Graphen schneiden sich in (5|14).
Unterschiede: Ein Graph fällt, die drei anderen steigen (unterschiedlich) stark an.

8 *Optische Täuschungen?*

a) Vermutlich gibt es eine Lösung bzw. einen Schnittpunkt der beiden Graphen, die bzw. der aber nicht in dem gewählten Grafikfenster zu sehen ist.
b) Der Graph des Terms rechts vom Gleichheitszeichen schneidet die y-Achse bei 25. Das gewählte Grafikfenster ist zu klein, um den Schnittpunkt und somit den Graphen zu sehen. Matthias muss die größte y-Koordinate des Fensters auf mindestens 25 festlegen.
c) Ist die Lösung einer Gleichung ganzzahlig, kann man sie sehr wohl grafisch bestimmen. Liegt sie aber zwischen zwei ganzen Zahlen, kann man mit den Graphen eine Näherungslösung gewinnen. Die genaue Lösung ermittelt man dann mit Äquivalenzumformungen.

9 *Taxifahrten*

Der Taxifahrer fuhr am ersten Tag 126 km, am zweiten 158 km.

35 **10** *Jans Angeltour*
Lösung mit einer Gleichung: $x + (x + 3) + (x + 6) + (x + 9) + (x + 12) = 60$; $x = 6$.
Jan fing am ersten Tag 6 Fische.
Alternativer Lösungsweg: Durchschnittlich fing Jan 12 Fische pro Tag. Am ersten bzw. zweiten Tag fing er 6 bzw. 3 weniger als der Durchschnitt. Am dritten Tag fing er genau 12 Fische, am vierten bzw. fünften Tag 3 bzw. 6 mehr als der Durchschnitt. Folglich fing Jan am ersten Tag 6 Fische.

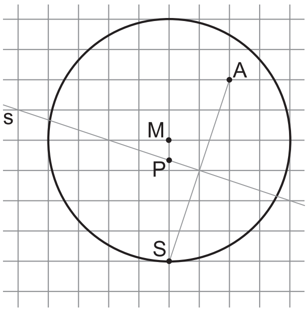
11 *Zwei Wasserbecken*
Term, der den Füllvorgang für Becken 1 beschreibt: $300 + 20x$. Für das Becken 2 lautet der Term: $100 + 30x$. Nach 20 min befinden sich in beiden Becken die gleiche Menge Wasser, nämlich 700 Liter.

12 *Eine Radtour*
Felix benötigt für die 16 km lange Strecke $\frac{16}{15}$ h = 1 h 4 min, Anton $\frac{16}{18}$ h = $53\frac{1}{3}$ min. Wenn Anton startet, hat Felix bereits $\frac{1}{6} \cdot 15 = 2{,}5$ km zurückgelegt. Die Terme, die den zurückgelegten Weg ab Antons Start ($x = 0$) beschreiben, lauten für Felix $15x + 2{,}5$ und für Anton $18x$. Setzt man beide Terme gleich, ergibt sich $x = \frac{5}{6}$ h = 50 min. Anton hat demnach Felix nach 50 min bei Kilometer 15 eingeholt.

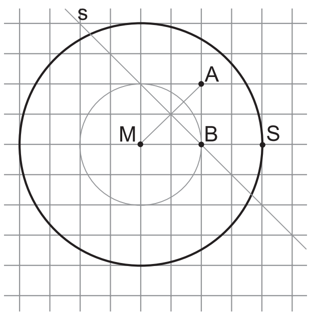
13 *Verteilung eines Buchpreises*
a) 18 Bücher für 18 € und 12 Bücher für 23 €.
b) 23 Bücher für 18 € und 8 Bücher für 23 €. Es bleibt ein Restgeld von 2 €.

Lösungen zu Kapitel 2

74 **1** *Eine Bootsfahrt*
a) Der Punkt P ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten von $\overline{AS}$ mit $\overline{MS}$.



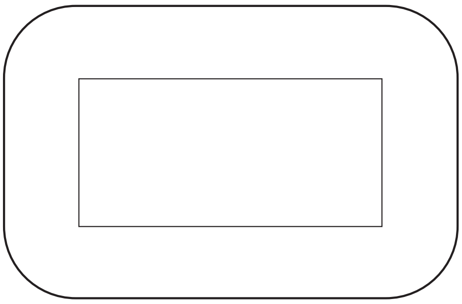
b) Alle Punkte auf der Mittelsenkrechten s zu $\overline{AM}$ haben den gleichen Abstand zu A und zu M. B ist der Schnittpunkt des Kreises um M mit dem halben Radius des Seeradius´ mit der Mittelsenkrechten s. In B ist der Abstand des Bootes zu A und M genauso groß wie derjenige von B zu S, dem Startpunkt des Bootes.



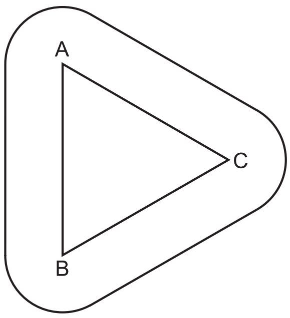
74 **2** *Fahrbahn*

a) Der Wagen fährt auf einer Kreislinie mit einem Abstand von 3 m um die zylinderförmige Säule.

b) Fahrbahn um eine quaderförmige Säule:

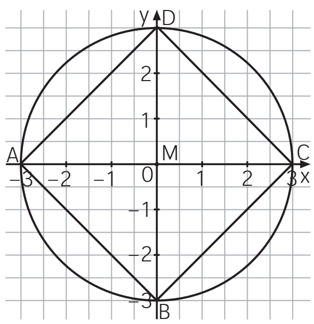


Fahrbahn um eine Säule mit z. B. einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche:

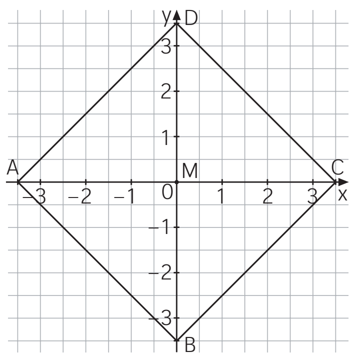


3 *Quadrat im Kreis*

a) Die Seitenlänge des Quadrats beträgt 4,2 cm.



b) Die Seitenlänge des Quadrats beträgt 5 cm.

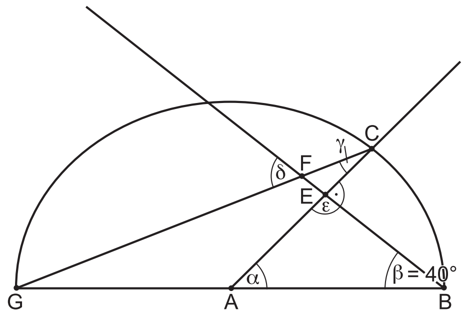


74 **4** *Winkeldetektiv*

a) Der gestrichelte Kreis um W ist der Inkreis des Dreiecks. Sein Mittelpunkt ist der Schnittpunkt der drei Winkelhalbierenden. Somit ist die blaue Linie eine Winkelhalbierende, die den Winkel von 180° – (100° + 40°) = 40° halbiert. Also gilt mit dem Winkelsummensatz für $\varepsilon = 180° - (40° + 20°) = 120°$.

b) Die Winkelsumme der Innenwinkel in einem 8-Eck beträgt (8 – 2) · 180° = 1080°. Ein Innenwinkel ist demnach 1080° : 8 = 135° groß. Also gilt $\beta = 135°$.
Der Winkel α liegt in einem 5-Eck, dessen Winkelsumme der Innenwinkel (5 – 2) · 180° = 540° beträgt. Die beiden Strecken, die gegenüberliegende Ecken verbinden, halbieren jeweils einen Innenwinkel des 8-Ecks. Somit gilt für $\alpha = 540 - (2 \cdot 135° + 2 \cdot 67{,}5°) = 135°$.

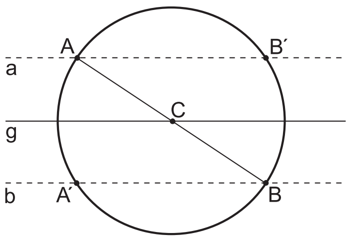
c) Betrachte die Hilfswinkel in der folgenden Zeichnung:



$\varepsilon = 90°$ und der gegebene rechte Winkel sind Nebenwinkel, die sich zu 180° ergänzen. Im Dreieck ABE berechnet man mit dem Winkelsummensatz $\alpha = 180° - (90° + 40°) = 50°$.
Das Dreieck ACG ist ein gleichschenkliges Dreieck: Die beiden Schenkel $\overline{AG}$ und $\overline{AC}$ sind genauso lang wie der Radius des Kreises. Sie treffen sich in A unter einem Winkel von 180° – 50° = 130°. γ ist ein Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck, dessen Größe sich zu $\gamma = \frac{180° - 130°}{2} = 25°$ berechnet.
Der gesuchte Winkel δ und γ addieren sich zu 90°. Also gilt $\delta = 90° - 25° = 65°$.

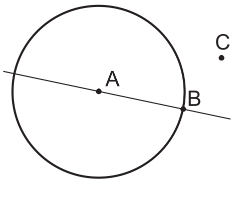
5 *Strecken halbieren*

Die Punkte A und B werden an der Mittelparallelen g gespiegelt, sodass die Punkte A′ und B′ entstehen. Anschließend wird ein Kreis um C mit dem Radius $r = \overline{AC}$ gezeichnet. Er verläuft durch alle 4 Punkte. Somit ist auch die Strecke $\overline{CB}$ ein Radius. Also gilt: $\overline{AC} = \overline{CB}$.



75 **6** *Wahr oder falsch?*

a) Falsch. Gegenbeispiel:



b) Falsch. Widerspruch zum Satz über den Umkreis: In jedem Dreieck schneiden sich die Mittelsenkrechten in einem Punkt, dem Mittelpunkt des Umkreises.

c) Wahr. Im Schwerpunkt ist das Dreieck in Balance, d. h., es kippt zu keiner Seite weg. Der Schwerpunkt kann also nur innerhalb des Dreiecks liegen.

d) Falsch. Siehe Grafik zum Inkreis im Schülerband auf S. 55. Dort gilt: $\overline{AW} \neq \overline{BW} \neq \overline{CW}$.

e) Falsch. Jedes Dreieck hat 3 Höhen. Im rechtwinkligen Dreieck fallen die beiden Höhen der rechtwinklig zueinander stehenden Seiten mit jeweils einer Dreiecksseite zusammen.

7 *„Optimierung“*

Das Dreieck hat nach dem Satz des Thales in C einen rechten Winkel. Nach dem Winkelsummensatz gilt:
$\alpha + \beta + 90° = 180°$, also $\alpha + \beta = 90°$. Die Winkelsumme kann nur 90° betragen, weder weniger noch mehr als 90°.
Man kann also keine möglichst große Winkelsumme $\alpha + \beta$ finden.

75

8 *Geradenbüschel*
A, B und jeweils einen Schnittpunkt kann man als Eckpunkte eines Dreiecks auffassen. Der Winkel im Schnittpunkt ist rechtwinklig. Nach der Umkehrung des Thalessatzes liegt der Schnittpunkt auf einem Kreis um den Mittelpunkt von $\overline{AB}$ und dem Radius $r = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$.

9 *Reflexion am Spiegel*
Der Spiegel muss so gedreht werden, dass sowohl Einfallswinkel α als auch Austrittswinkel β halb so groß sind wie der Winkel Kira-Drehpunkt des Spiegels-Lukas.

10 *Rasensprenger*
Man konstruiert den Umkreis des Dreiecks, dessen Eckpunkte die drei Obstbäume bilden. Siehe Grafik zum Umkreis im Schülerband auf S. 55. Dort gilt: $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$.

11 *Zerbrochenes Rad*
Man legt das Bruchstück so auf Pappe, dass genügend Platz für den fehlenden Teil ist. Dann markiert man auf der Pappe die beiden Punkte A und B, an denen die Bruchkante jeweils auf den Außenkreis trifft. Hinzu kommt noch ein weiterer Punkt C auf dem Außenkreis, der möglichst zwischen den erstgenannten liegt.
A, B und C sind nun die Eckpunkte eines Dreiecks, dessen Umkreis konstruiert wird: Sein Mittelpunkt M ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten der Dreiecksseiten, sein Radius der Abstand zwischen M und einem Eckpunkt.

Lösungen zu Kapitel 3

120

1 *Teste deine Fähigkeiten*

Aufgabe 1
(1): Der Term (B) ist gleichwertig zum Term (1).
(2): Die Terme (B) und (C) sind gleichwertig zum Term (2).
(3): Der Term (C) ist gleichwertig zum Term (3).

Aufgabe 2
Die Terme (B) und (C) beschreiben das Volumen des Quaders.

Aufgabe 3
(C) ist die richtige Lösung.

Aufgabe 4
Die richtige Lösung lautet (A).

Aufgabe 5
Die Gleichung (E) beschreibt den Sachverhalt richtig.

121

2 *Terme vereinfachen 1*
a) $2ab + 2ac$ b) $5xy$ c) $2ab - 3b + 3b^2$ d) $-2xy - 7xz$ e) $3ab^2 - 6ab$
f) $a^2 + 2ab + b^2$ g) $-10ab$ h) x^2y i) $3{,}5xy$

3 *Lücken füllen 1*
a) $5x$ b) $-6a$ c) $0{,}2x$ d) $0{,}5abc$ e) $30x$ f) $5ab$ g) $\frac{1}{5}b$ h) 16
i) *Anmerkung zur 1. Auflage: = 3x fehlt nach dem letzten y.* Lösung: 1; 3 j) 3; 3ab k) 0; 0,5x

4 *Terme vereinfachen 2*
a) $2x - 2$ b) $a - b$ c) $8x + 3y$ d) $-21x + 5$ e) $-4x$ f) $x^2 - xy$

5 *Lücken füllen 2*
a) $2(3x - 5) = 6x - 10$ b) $2a(5 - 7b)$ c) $(2x + 4)^2 = 4x^2 + 16x + 16$
d) $(3a + c)^2 = 9a^2 + 6ac + c^2$ e) $(x - 3) \cdot (4 - a) = 4x - ax + 3a - 12$

6 *Aus Summen werden Produkte*
a) $4x \cdot (y + 2)$ b) $3t \cdot (4t - 1)$ c) $0{,}5ab \cdot (20a + 6 - 10b)$ d) $a \cdot (a + 1)$
e) keine Produktbildung möglich f) $x \cdot (9x - a + 4)$ g) $x \cdot (x^2 + x + 1)$ h) $(x + 1) \cdot (3 + a)$

7 *Vermischtes*
a) $2xy$ b) $10a^2b$ c) $6x^2y$ d) uv e) $3 \cdot xy^2 - 5x \cdot y^2 + xy \cdot 3y$
f) Es gilt Punkt- vor Strichrechnung, daher können nicht einfach 12ab abgezogen werden.
g) Es gilt wieder Punkt- vor Strichrechnung, es kann nicht einfach die Anzahl der Buchstaben addiert werden.
h) T_1, T_2 und T_4 sind gleichwertig

121 **8** *Gleichwertige Terme*

a) 1, 2 und 5 sind gleichwertig

b) Zuerst wird soweit ausmultipliziert wie möglich, dann gekürzt.

9 *Gleichungen*

a) $x = 4$

b) $x = 7$

c) $x = 0{,}7$

d) $10x = 10x$; wahre Aussage, da die Gleichung immer erfüllt ist.

e) $6x = 36x$; $x = 0$ ist die einzige richtige Lösung

f) $x = -5$

g) $x = 3$

h) keine Lösung möglich, weil sich eine unwahre Aussage ergibt.

i) siehe h) Es gibt keine Lösung.

10 *Ein Rechteck und ein Quadrat*

Die ursprüngliche Seitenlänge des Quadrates betrug 5 cm.
Die kurze Seite des Rechtecks ist 5 cm, die lange Seite 15 cm lang. Der Flächeninhalt beträgt 75 cm^2.

122 **11** *Gleichartige Terme?*

Tabea hat Recht.

12 *Aus Summen und Differenzen werden Produkte*

a) Das Distributivgesetz wird rückwärts angewendet: Der gemeinsame Faktor a wird vor oder hinter die Klammer gezogen, der Term (in diesem Fall eine Summe) in der Klammer wird berechnet.

b) $(7 - 3)y = 4y$
$(2 + 6 - 3)a = 5a$
$(12 - 2 - 3)xy = 7xy$

13 *Ein typischer Fehler*

Z. B.: $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = (a + b) \cdot a + (a + b) \cdot b$
$= a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a \cdot b)^2 = (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) = a^2 \cdot b^2$

14 *Neue binomische Formeln?*

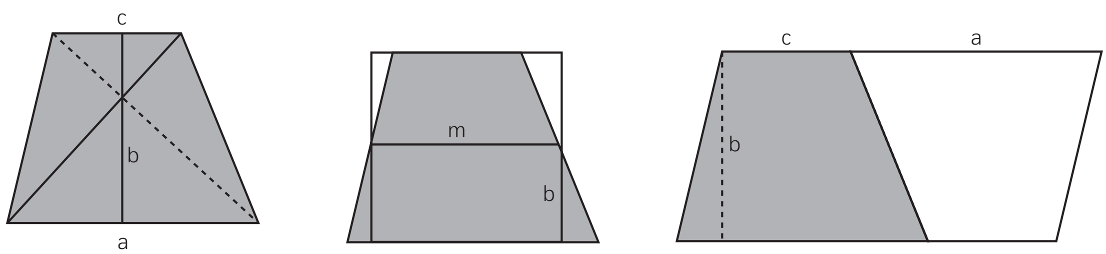
Amelie:
$(-a + b)^2 = (b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Die Formel ist richtig.

Lilien:
$(-a - b)^2 = (-(a + b))^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Die Formel ist richtig.

Louis:
$(-a - b) \cdot (a + b) = -a^2 - ab - ab - b^2 = -a^2 - 2ab - b^2$
Die Formel ist falsch.

15 *Flächenformel für ein Trapez*

a) Zuordnung: 2A, 3B, 1C



b) $A = \frac{(a + c) \cdot b}{2} = \frac{ab + bc}{2} = \left(\frac{a + c}{2}\right) \cdot b = m \cdot b$ und $A = \frac{ab + bc}{2} = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}bc$

Der Spezialfall a = c gilt für das Parallelogramm.
Bei einem Quadrat gilt a = b = c.

MATHEMATIK NEUE WEGE, ISBN 978-3-507-88651-3, Schroedel

122 **16** *Eine Fläche*

a) Beide Formeln sind korrekt:
Lina hat die Figur zu einem Rechteck ergänzt. Von dessen Flächeninhalt $4 \cdot (2x + 1)$ hat sie die Fläche 2x des weißen Rechtecks subtrahiert.
Paul hat die obere Kante des kleinen Rechtecks nach links verlängert und so das große Rechteck in der Mitte geteilt. Zu diesem neu entstandenen Rechteck mit dem Flächeninhalt $2 \cdot (2x + 1)$ hat er den Flächeninhalt $2 \cdot (x + 1)$ der anderen Hälfte des großen Rechteckes addiert.

b) $U = 4x + 10$
Wenn x Null wird, nimmt U den Wert 10 m ein. Daher kann der Umfang nie kleiner als 10 m sein.

c) Für einen Flächeninhalt von 30 m^2 muss $x = 4{,}33$ m sein.
Für einen Umfang von 50 m muss $x = 10$ m betragen.
Für $x = 3$ m sind Flächeninhalt und Umfang gleich.

123 **17** *Flächen- und Rauminhalte*

a) Verdreifachen sich beide Seiten des Rechtecks, verneunfacht sich der Flächeninhalt: $A(3a, 3b) = 3a \cdot 3b = 9 \cdot ab$. Halbiert man beide Seiten, so viertelt sich der Flächeninhalt: $A\left(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b\right) = \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}b = \frac{1}{4}ab$

b) Verdreifachen bzw. halbieren sich die Seiten eines Quaders, so wächst bzw. schrumpft sein Rauminhalt auf das 27-fache bzw. auf ein Achtel seines ursprünglichen Volumens.

18 *Ein Würfelturm*

a) $h = a + \frac{3}{4}a + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}a + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}a = \frac{175}{64}a$

b) $O = \left[6a^2 - \left(\frac{3}{4}a\right)^2\right] + \left[5 \cdot \left(\frac{3}{4}a\right)^2 - \left(\frac{9}{16}a\right)^2\right] + \left[5 \cdot \left(\frac{9}{16}a\right)^2 - \left(\frac{27}{64}a\right)^2\right] + \left[5 \cdot \left(\frac{27}{64}a\right)^2\right]$

c) $V = a^3 + \left(\frac{3}{4}a\right)^3 + \left(\frac{9}{16}a\right)^3 + \left(\frac{27}{64}a\right)^3$

19 *Eine Säule*

a) $O = 2x^2 + 4hx$

b) $O = 5x^2 + 4{,}5hx$

20 *Eine Burgmauer*

Umfang: $U = 2a + 2b + 4c$
Flächeninhalt: $A = ab - \frac{2}{5}ac$.

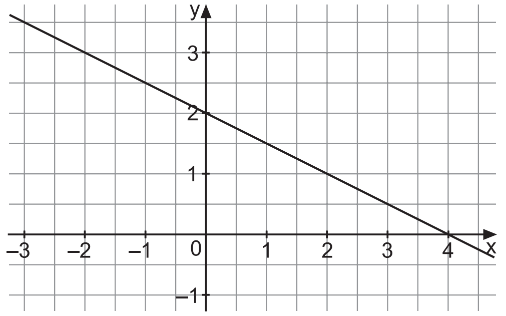
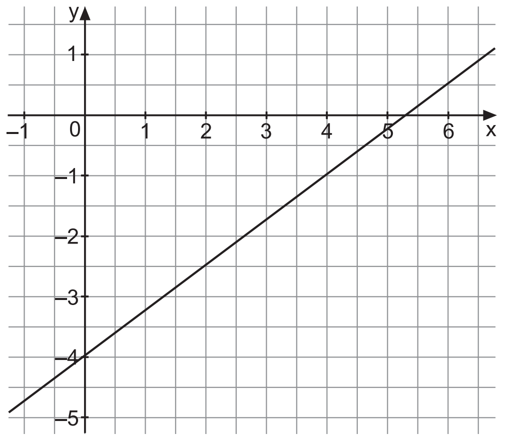
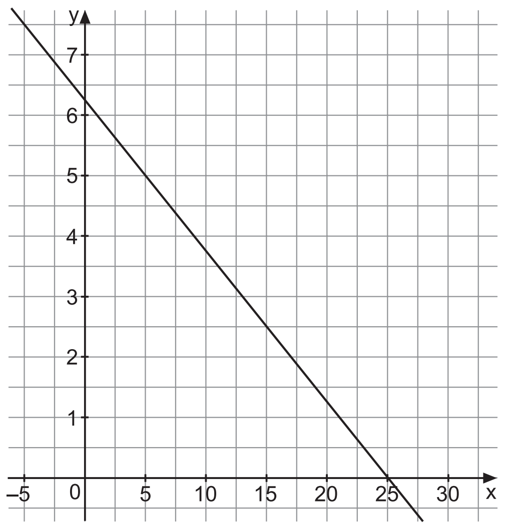
21 *Milchtüten*

a) Durch die Klebeflächen und Faltungen braucht man mehr Material als eigentlich für die Oberfläche nötig. Der Term für die nötige Materialoberfläche lautet: $A = (4a + 1) \cdot (2 + a + h)$

b) Mithilfe der Volumenformel $V = a^2h$ hat die Milchtüte eine Höhe von ca. 20,5 cm. Für eine 2-Liter-Tüte wäre z. B. $a = 10$ cm und $h = 20$ cm sinnvoll.

Lösungen zu Kapitel 5

178 1 *Graph – Tabelle – Term*

<table>
<tr><th></th><th>Graph</th><th>Tabelle</th><th>Term</th></tr>
<tr><td>a)</td><td></td><td><table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0</td><td>–2</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td></tr></table></td><td>f(x) = 1,5x – 2</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>
</td><td></td><td>f(x) = –0,5x + 2</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>
</td><td><table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0</td><td>–4</td></tr><tr><td>2</td><td>–2,5</td></tr><tr><td>6</td><td>0,5</td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>
</td><td></td><td>f(x) = –0,25x + 6,25</td></tr>
<tr><td>e)</td><td></td><td><table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>2,5</td><td>15</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>–2,5</td><td>–5</td></tr></table></td><td>f(x) = 4x + 5</td></tr>
</table>

178 **2** *Fragen an drei lineare Funktionen*

(1)

Graph	Schnittpunkt mit x-Achse	Schnittpunkt mit y-Achse
f	(1,5|0)	(0|3)
g	(6|0)	(0|–4)
h	$(\frac{2}{7}\|0)$	(0|–0,5)

(2) P gehört zu f und R zu h.
(3) f besitzt den Punkt (–0,5|4), g den Punkt (12|4) und h den Punkt $(\frac{18}{7}|4)$.
(4) $y = -2x + 7$ bzw. $y = \frac{2}{3}x - 1$ bzw. $y = \frac{7}{4}x - \frac{17}{4}$ läuft parallel zu f bzw. g bzw. h und jeweils durch Q(3|1).
(5) Die Geraden schneiden sich in den Punkten $P_1(\frac{21}{8}|-\frac{9}{4})$; $P_2(\frac{14}{15}|\frac{17}{15})$; $P_3(\frac{14}{15}|-\frac{123}{20})$.

3 *Ein Dreieck*
a) Das Dreieck kann mithilfe der Geradengleichungen
$y = 1$; $y = -2x + 11$ und $y = x + 2$ dargestellt werden.
b) Es ergibt sich ein Flächeninhalt von 12 FE.

4 *Funktionenzoo*
konstante Funktionen: e(x); f(x)
antiproportionale Funktionen: b(x)
proportionale Funktionen: a(x), j(x)
lineare, nicht proportionale Funktionen: d(x), g(x), h(x), i(x)
andere Funktionen: c(x)

179 **5** *Funktionen mit Nebenbedingungen*
a) $m \geq 0$; $b \leq 0$
b) $m < 0$; $b = 0$

6 *Wahr oder falsch*
(1) Falsch. Eine senkrechte Wand hat eine unendlich große Steigung.
(2) Falsch. Eine lineare Funktion ist nur dann eine Proportionalität, wenn b = 0 gilt.
(3) Richtig.
(4) Falsch. Der Graph einer Antiproportionalität ist eine Hyperbel.

7 *Besondere Geraden*
a) Alle Punkte (x|3) haben den konstanten Abstand 3 von der x-Achse. Sie befinden sich also auf einer Parallelen zur x-Achse, die die Steigung 0 hat.
b) Alle Punkte (3|y) haben den konstanten Abstand 3 von der y-Achse. Sie befinden sich demnach auf einer Parallelen zur y-Achse mit der Gleichung x = 3. Dies ist keine lineare Funktion im Sinne von y = mx + b.

8 *Mais*
a) Graph der Faustregel:
Funktionsgleichung: $y = 10 - \frac{1}{10}x$

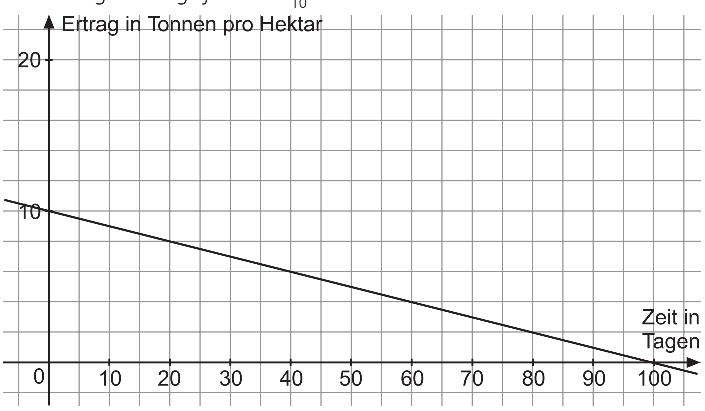


Tabelle:

Zeit x in Tagen	0	10	20	30	40
Ertrag y in Tonnen pro ha	10	9	8	7	6

Dabei bedeuten x = 0: 10. Mai, x = 10: 20. Mai, x = 20: 30. Mai usw.

179 **8** b) Der Schnittpunkt mit der y-Achse liegt bei (0|10). Er gibt an, welcher Ertrag ohne Zeitverlust möglich ist. Der Schnittpunkt mit der x-Achse liegt bei (100|0). Er zeigt an, wann der Verlust 100 Prozent betragen würde.

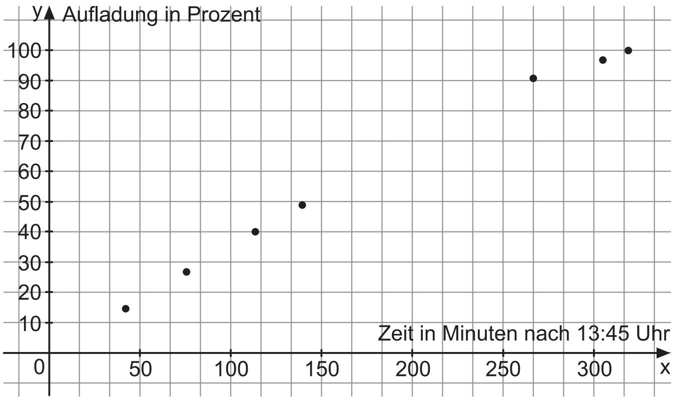
c) Bei einer Aussaat am 20. Mai (x = 10) bzw. 15. Juni (x = 35) kann noch mit einem Ertrag von 9 Tonnen pro Hektar bzw. 6,5 Tonnen pro Hektar gerechnet werden.
Ab einer Verspätung von mehr als 25 Tagen erzielt man weniger als 7,5 Tonnen pro Hektar.

d) Der Ertrag wird natürlich auch noch davon beeinflusst, ob Krankheiten die Pflanzen befallen oder Verluste durch Tiere oder Unwetter auftreten.

9 *Aufladen eines Tablet-Computers*

a) Nach ca. 75 min ist der Computer zu ca. 25 % geladen, nach 140 = 2 · 75 – 10 min zu ca. 50 %. Ariane nimmt an, dass sich der Computer mit der Zeit immer schneller auflädt: Nach 3 · 75 – 20 = 205 min zu 75 % und nach 4 · 75 – 30 = 270 min zu 100 %. Demnach wäre der Computer um ca. 18:15 vollständig aufgeladen.
Modellierung der Daten mit einer linearen Funktion durch die beiden Datenpunkte (140|49) und (319|100):
$y = 0{,}285x + 9{,}1$

b)



Mit der Zeit verringert sich die Geschwindigkeit, mit der der Akku aufgeladen wird (also entgegen Arianes Annahme).

10 *Modellieren einer „Punktwolke“*

Greta könnte sagen: „Der Abstand zwischen den Punkten und der Ausgleichsgerade sollte für alle Punkte möglichst gering sein.“
Nach Noras Aussage werden zwar einige Datenpunkte genau getroffen, aber andere Punkte haben einen großen Abstand von der Geraden; Peter bevorzugt zwei Datenpunkte vor den anderen. Greta versucht den Abstand so zu minimieren, dass alle Punkte berücksichtigt werden.

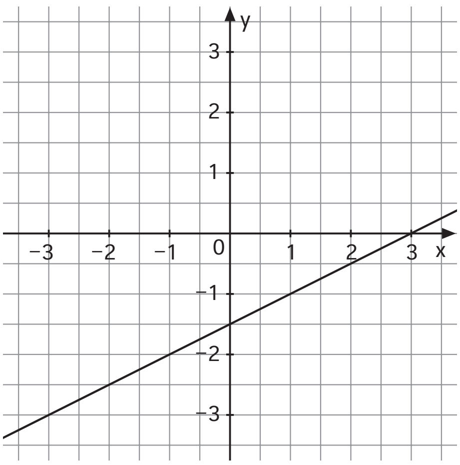
Lösungen zu Kapitel 6

208 **1** *Lösungen überprüfen*

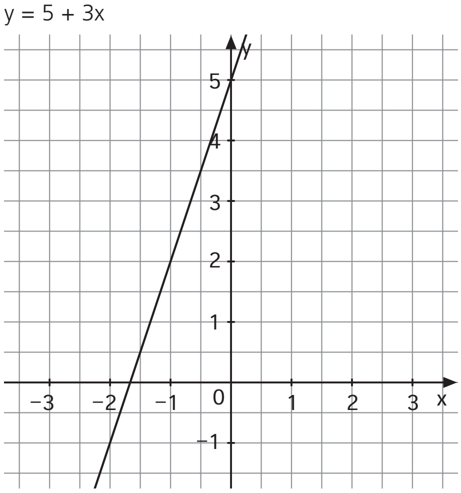
Die Wertepaare aus a und e sind Lösungen der Gleichung.

2 *Lösungsmenge von linearen Gleichungen mit zwei Variablen*

a) $y = 0{,}5x - 1{,}5$

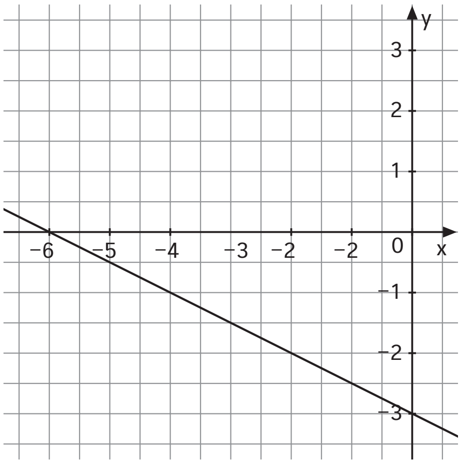


b) $y = 5 + 3x$

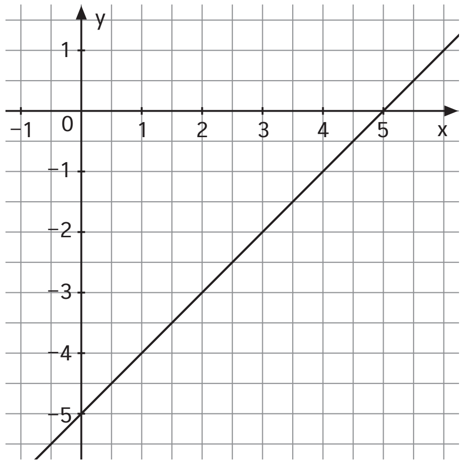


208 **2** *Lösungsmenge von linearen Gleichungen mit zwei Variablen (Fortsetzung)*

c) y= -0,5x - 3



d) y = x - 5



3 *Wer passt zu wem?*

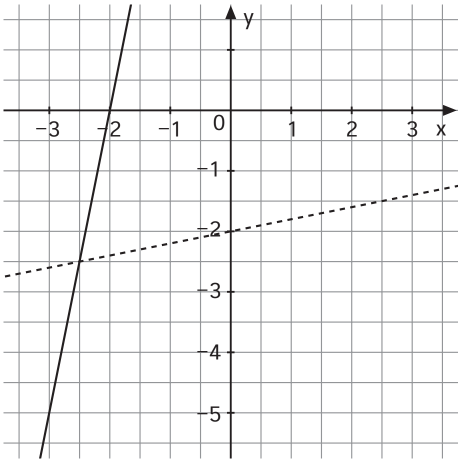
a) Lila b) Rot c) Blau d) Gelb

4 *Stimmt die Lösung?*

Das Gleichungssystem b hat die angegebene Lösung.

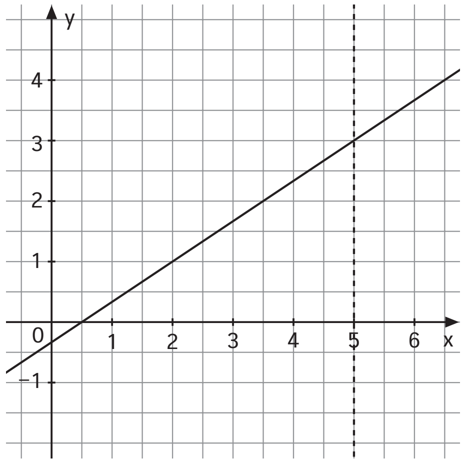
5 *Grafisch Lösen mit Probe*

a) (1) $y = 5x + 10$
(2) $y = 0{,}2x - 2$



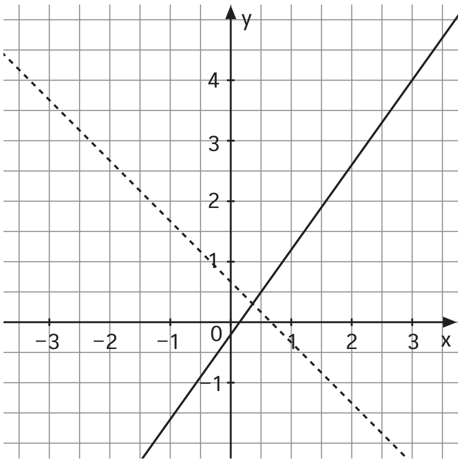
Lösung: (–2,5|–2,5)

b) (1) $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$
(2) $x = 5$



Lösung: (5|3)

c) (1) $y = \frac{7}{5}x - \frac{1}{5}$
(2) $y = -x + \frac{2}{3}$



Näherungslösung: (0,3|0,3)

208

6 *Rechnerisch Lösen mit Probe*
a) $x = 3$; $y = 4$ b) $x = -1{,}78$; $y = 3{,}89$ c) $x = 36$; $y = -26$

7 *Wie viele Lösungen?*
Das Gleichungssystem hat genau eine Lösung.
Das Gleichungssystem hat keine Lösung.
Das Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen.

8 *Gleichungssysteme mit einer Lösung, keiner Lösung, unendlich vielen Lösungen*
a) (A) hat genau eine Lösung, weil die Geraden eine unterschiedliche Steigung haben. (B) hat keine Lösung, weil es sich um zwei Geraden mit gleicher Steigung aber unterschiedlichem y-Achsenabschnitt handelt. (C) hat unendlich viele Lösungen, weil eine Gleichung das Vielfache der anderen ist.
b) Das Gleichungssystem hat keine Lösung, wenn $m = n$ ist. Das Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen, wenn $n = a \cdot m$ und $c = a \cdot b$.

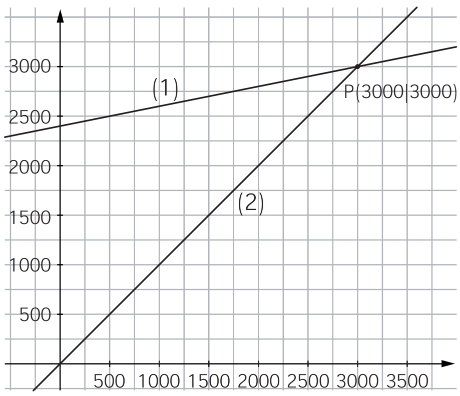
9 *Gleichung ergänzen*
Mit der Gleichung $y = 2x + 6$ hat das Gleichungssystem keine Lösung, mit $y = x + 2$ hat es genau eine Lösung.

209

10 *Vogelflug mit und gegen Wind*
x: Fluggeschwindigkeit des Vogels, y: Windgeschwindigkeit
a) $x + y = 3(x - y)$
b) $2y = x$ Der Vogel hat eine doppelt so große Geschwindigkeit wie der Wind.

11 *Koordinatengeometrie*
Die Variablen a und b müssen die Werte –2 bzw. 1 annehmen.

12 *Gewinn und Verlust*
a) Die Funktion (1) beschreibt die Kosten-Funktion.
Die Funktion (2) beschreibt die Umsatz- bzw. Erlös-Funktion.
b)



Der Break-Even-Point liegt bei P(3000|30000).

13 *Ein Zahlenrätsel*
Es handelt sich um die Zahl 49.

14 *Flussfahrt*
Die Geschwindigkeit des Bootes beträgt stromabwärts $17{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, stromaufwärts $8{,}75\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

15 *Mischen*

	50%ig	10%ig	20%ig
Frostschutzmittel	10	30	40
Glycerin	5	3	8

Das zugehörige Gleichungssystem lautet, wenn x bzw. y die Menge des Frostschutzmittel mit 50%igen bzw. 10%igen Glycerinanteil bezeichnet:
$x + y = 40$
$0{,}5x + 0{,}1y = 0{,}2 \cdot 40 = 8$

MATHEMATIK NEUE WEGE, ISBN 978-3-507-88651-3, Schroedel