

1 Brüche

Teilbarkeit und Primzahlen

Teiler und Vielfache

Kann eine natürliche Zahl ohne Rest durch eine andere natürliche Zahl geteilt werden, heißt die Zahl, durch die geteilt wird, **Teiler**. Eine Zahl kann mehrere Teiler haben.

Beispiel 1: Die Zahl 24 hat die Teiler 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24.

Jede Zahl ist ein **Vielfaches** ihrer Teiler.

Beispiel 2: Die Zahl 24 ist ein Vielfaches der Zahlen 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24.

Alle Teiler einer Zahl bilden die **Teilmengen**, alle Vielfachen die **Vielfachenmenge**.

Beispiel 3: $T_6 = \{1; 2; 3; 6\}$; $V_6 = \{6; 12; 24; \dots\}$

Vielfachenmengen sind beliebig fortsetzbar.

Teilbarkeitsregeln

Die **Endziffernregeln** besagen, dass eine Zahl durch

- 2 (oder 5) teilbar ist, wenn ihre Endziffer durch 2 oder 5 teilbar ist.
- 4 teilbar ist, wenn die Zahl aus den letzten beiden Ziffern durch 4 teilbar ist.
- 8 teilbar ist, wenn die Zahl aus den letzten drei Ziffern durch 8 teilbar ist.

Beispiel 4: 214 ist durch 2 teilbar (4 teilbar durch 2); 1320 ist durch 2, 4, 5 und 8 teilbar (0 teilbar durch 2 und 5; 20 teilbar durch 4; 320 teilbar durch 8).

Die **Quersummenregeln** besagen, dass eine Zahl nur dann durch

- 3 (oder 9) teilbar ist, wenn ihre Quersumme durch 3 (oder 9) teilbar ist.
- 6 teilbar ist, wenn sie gerade ist **und** ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Beispiel 5: 312 ist durch 3 und 6 teilbar, da sie gerade ist und ihre Quersumme (6) durch 3 teilbar ist. 621 ist durch 3 und 9 teilbar, da ihre Quersumme (9) durch 3 und 9 teilbar ist.

Primzahlen und Primfaktorzerlegung

Primzahlen sind Zahlen, die genau zwei Teiler haben, nämlich die 1 und die Zahl selbst. Es gibt unendlich viele Primzahlen. Die ersten Primzahlen sind 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29;...

Achtung: Die 1 gehört nicht zu den Primzahlen, da sie keine zwei Teiler hat!

Beispiel 6: Die Zahl 31 ist eine Primzahl, da sie nur die Teiler 1 und 31 hat. Die Zahl 28 ist dagegen keine Primzahl, da sie die Teiler 1; 2; 4; 7; 14; 28 hat.

Jede Zahl, die größer als 1 und keine Primzahl ist, hat eine Primfaktorzerlegung, das heißt, man kann sie in ein Produkt aus Primzahlen zerlegen.

Beispiel 7: $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ $182 = 2 \cdot 7 \cdot 13$