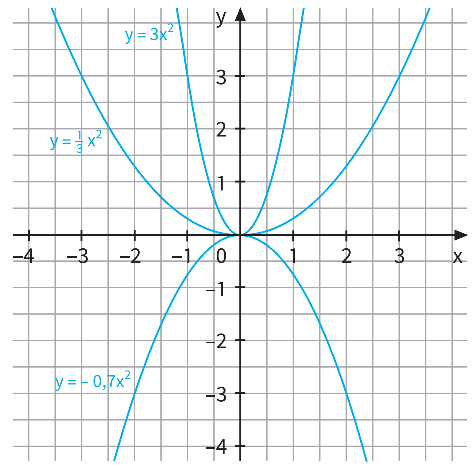
# Inhaltsverzeichnis

verstehen

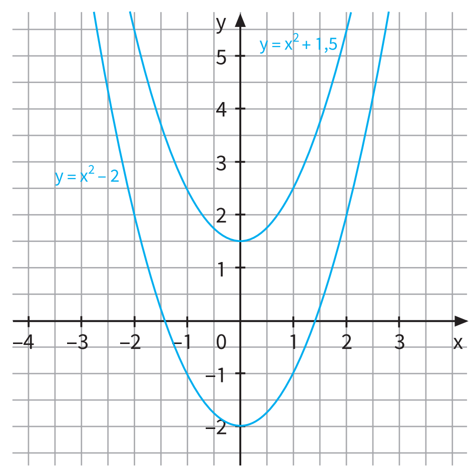
# 9 Quadratische Funktionen

## Einfluss der Parameter auf quadratische Funktionen



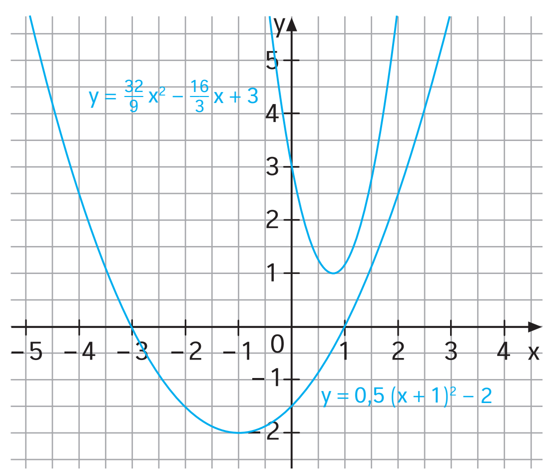

Da es unzählige quadratische Funktionen gibt, gibt es auch unterschiedliche Parabeln, die sich alle aus der Normalparabel $y = x^2$ herleiten lassen.

1. Strecken und Stauchen:
   Durch Multiplikation des Terms $x^2$ entsteht eine Gleichung der Form $y = a \cdot x^2$. Dadurch verändert sich die Breite der Parabel. Ist $a > 1$, wird die Parabel „schlanker“, sie wird **gestreckt**. Liegt der Faktor a zwischen 0 und 1, also $0 < a < 1$, wird die Parabel breiter, sie wird **gestaucht**.




2. Spiegeln der Parabel:
   Der Faktor vor dem $x^2$ kann auch negativ sein. In diesem Fall wird die Parabel einfach „nach unten geklappt“, sie wird an der x-Achse gespiegelt.

3. Verschieben entlang der y-Achse:
   Bei Funktionen der Form $y = x^2 + e$ erhält man als Graph eine Parabel, die e Einheiten nach oben (für $e > 0$) oder nach unten (für $e < 0$) verschoben wird.




4. Verschieben entlang der x-Achse:
   Um eine Parabel entlang der x-Achse zu verschieben (also zur Seite), muss vor dem Quadrieren etwas von dem x subtrahiert werden. Die Funktionsgleichung lautet also: $y = (x - d)^2$. Hier gilt: Ist $d > 0$, verschiebt man die Parabel nach rechts; ist $d < 0$, nach links.

5. Kombination beliebiger Parameter:
   Die Parameter können natürlich auch kombiniert werden. Du musst nur darauf achten, dass du sie richtig deutest. Am besten gehst du der Reihe nach vor, wie in den beiden folgenden Beispielen.

# Test 2: Quadratische Funktionsgleichungen und Umkehrfunktion



**1** Beschreibe die Form der Graphen der folgenden Funktionen. Benenne außerdem den Scheitelpunkt.

a) $y = 2\,(x - 4)^2 + 0{,}5$ ______________________________

b) $y = -\frac{1}{5}(x + 1)^2$ ______________________________

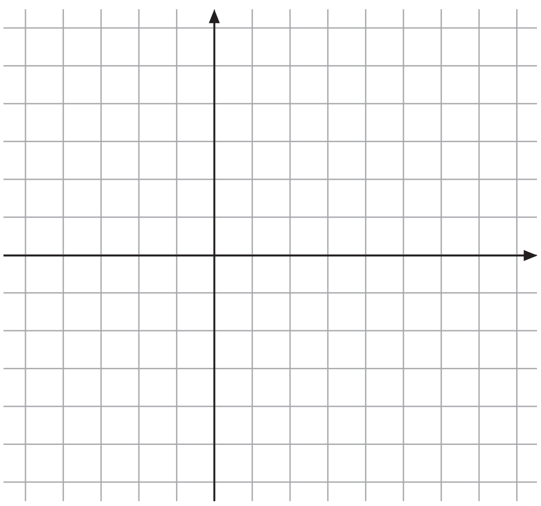
c) $y = 2\,x^2 + 1$ ______________________________

**2** Löse bei den Aufgaben Nr. 1 a) und b) die Klammern auf, um auf die Allgemeine Form zu kommen. Benenne dann den Schnittpunkt mit der y-Achse und berechne von der Allgemeinen Form den Scheitelpunkt.
Vergleiche danach deine Ergebnisse mit den Ergebnissen aus Aufgabe 1.

**3** Bilde von den folgenden Funktionen die Umkehrfunktion. Gib auch jeweils die Definitionsmenge der Umkehrfunktion an.

a) $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ b) $y = (x + 3)^2$ c) $y = 2\,(x - 1)^2 + 1$

**4** Zeichne die Graphen der Umkehrfunktionen aus Nr. 3 a) bis c) nur mithilfe der Funktionsgleichungen und passenden Wertetabellen.



# Klassenarbeit Nr. 11

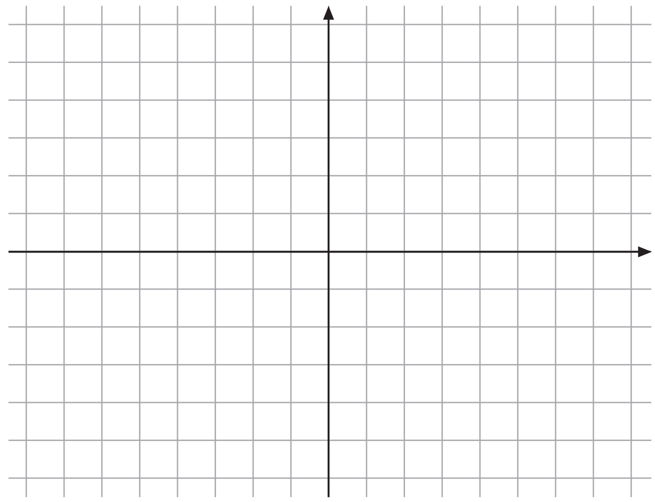
60 min

**1** a) Bilde von den folgenden Funktionen die Umkehrfunktionen. Gib auch die Definitionsmenge an.

(1) $y = -x^2 + 1{,}5$

(2) $y = (x + 1)^2 - 1$

b) Zeichne die Graphen der beiden Umkehrfunktionen in das nebenstehende Koordinatensystem.



/14

**2** Gegeben sind die folgenden quadratischen Funktionen.

a) $y = 3(x - 2{,}5)^2 - 5$  b) $y = -0{,}3(x - 1)^2 + 2$  c) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$

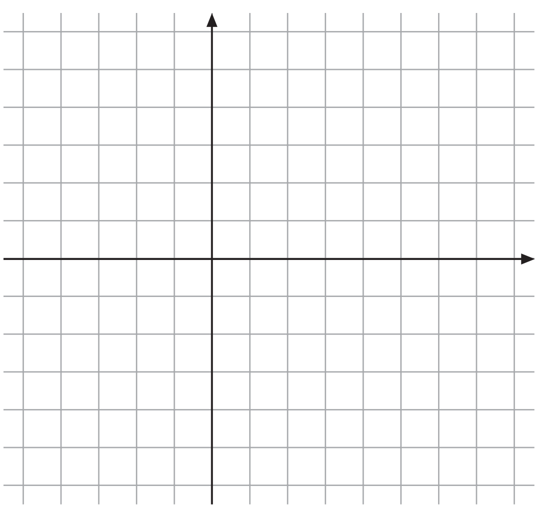
Beschreibe den Verlauf und die Form der drei Graphen: Welche Quadranten durchlaufen sie in welcher Reihenfolge? Wo liegt ihr Scheitel? Sind sie gestreckt, gestaucht, gespiegelt, verschoben?

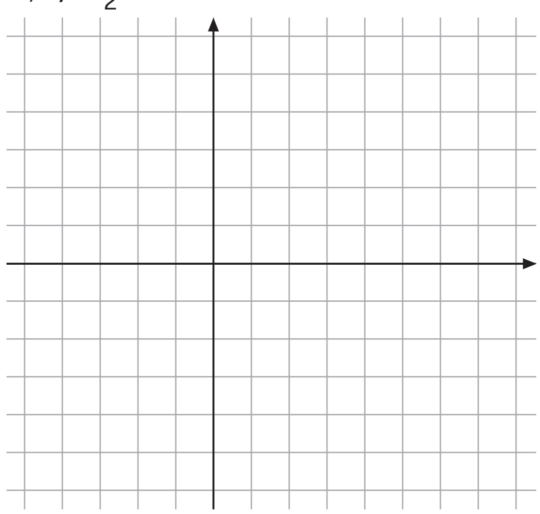
/12

**3** Zeichne die Graphen der folgenden Funktionen (jeweils zwei in ein Koordinatensystem).

a) $y = (x - 1)^2 + 3$  b) $y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 2$

c) $y = -2(x - 1)^2$  d) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3{,}5$





/12

können

4 Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen.

a) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$ b) $y = \frac{1}{3}x^2 - x - 1$ c) $y = -2x^2 + 4x + 18$

/9

5 Von zwei Rechtecken ist der Umfang von 64 cm bekannt, sowie die Fläche von 124 $cm^2$. Berechne die Seitenlängen a und b der beiden Rechtecke.

/8

6 Bestimme rechnerisch die Schnittpunkte der folgenden Graphen.

a) $y = -2x + 4$ und $y = -(x - 1)^2 + 4$

b) $y = (x + 2)^2 - 5$ und $y = -2(x + 0{,}8)^2 + 0{,}28$

/8

**erreichte Punktzahl**

/ 63

verstehen

# 12 Satzgruppe des Pythagoras

## Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck

In einem rechtwinkligen Dreieck heißt die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt, Hypotenuse. Die beiden anderen Seiten heißen Katheten. Zeichnet man eine Höhe zur Hypotenuse, zerteilt diese die Hypotenuse in zwei Hypotenusenabschnitte p und q.

*Tipp: Im rechtwinkligen Dreieck ist der rechte Winkel immer der größte Winkel. Deshalb ist die Hypotenuse auch immer die längste der drei Seiten.*

## Der Satz des Pythagoras

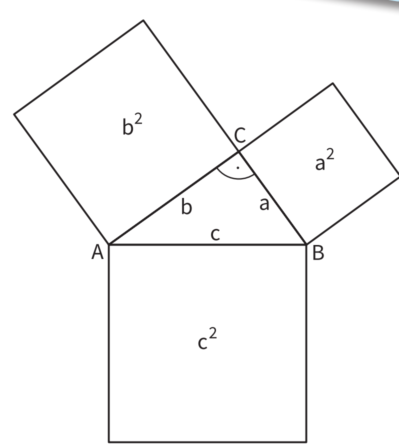
In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt:
Die Summe aus den Quadraten der beiden Längen der Katheten ist genauso groß wie das Quadrat aus der Länge der Hypotenuse. In unserem Dreieck rechts heißt das:

$\mathbf{c^2 = a^2 + b^2}$

(Hypotenuse$^2$ = Kathete$^2$ + Kathete$^2$)

Mithilfe dieser Formel lässt sich im rechtwinkligen Dreieck aus zwei Seitenlängen immer auch die dritte berechnen. Bildlich dargestellt bedeutet sie, dass die beiden Quadrate über den Katheten zusammen den gleichen Flächeninhalt haben wie das Quadrat über der Hypotenuse.

*Tipp: Bevor du die Formel aufstellst, vergewissere dich immer erst, was die Hypotenuse ist. Denn stellst du die Formel falsch auf, wird auch dein Ergebnis falsch.*




*Beispiel 1:* Von einem rechtwinkligen Dreieck sind bekannt: $a = 4{,}8\,\text{cm}$, $b = 6{,}5\,\text{cm}$ und $\beta = 90°$. Wie lang ist die Seite c?
Der rechte Winkel liegt bei β, also ist b die Hypotenuse.

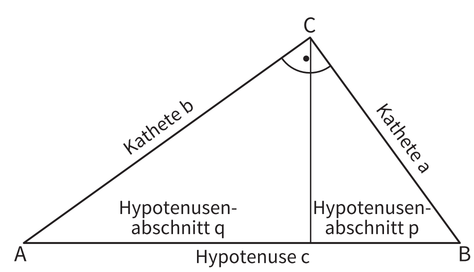
$\Rightarrow\ b^2 = a^2 + c^2 \quad |-a^2$

$b^2 - a^2 = c^2$

$42{,}25\,\text{cm}^2 - 23{,}04\,\text{cm}^2$

$= 19{,}21\,\text{cm}^2 = c^2 \qquad |\sqrt{\ }$

$c = 4{,}4\,\text{cm}$




Umgekehrt gilt: Ergibt in einem Dreieck die Summe der Quadrate der beiden kürzeren Seiten das Quadrat der längeren Seite, dann ist das Dreieck rechtwinklig.
Mithilfe des Satzes von Pythagoras lassen sich auch in anderen Figuren und Körpern Seiten berechnen, beispielsweise in Rechtecken, in gleichschenkligen Dreiecken, Pyramiden etc. Man zerlegt die Figuren dazu so in geeignete Teilfiguren, dass man rechtwinklige Dreiecke erhält.

üben

# Test 1: Satz des Pythagoras

**1** Berechne die fehlende Seitenlänge für das Dreieck ABC mit $\alpha = 90°$. Fertige vorher eine Skizze an. Markiere die Hypotenuse farbig.

a) $b = 5\,\text{cm}$, $c = 2{,}4\,\text{cm}$

b) $a = 9{,}5\,\text{cm}$, $b = 4{,}4\,\text{cm}$

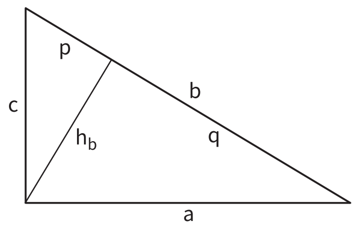
c) $a = 11{,}1\,\text{cm}$, $c = 10\,\text{cm}$

**2** Berechne jeweils die fehlende Größe.

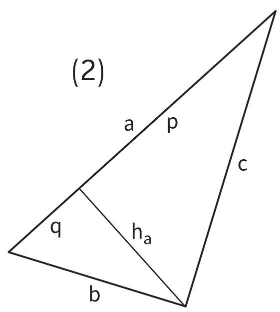
| Rechter Winkel | α | β | γ | α | β | γ | α |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 12 cm | 3,3 cm | 4,7 cm | | | | 16,3 cm |
| b | 5,6 cm | 8,7 cm | 6,2 cm | 7,9 cm | 11,4 cm | 9,2 cm | |
| c | | | | 7,9 cm | 2,7 cm | 20 cm | 11,2 cm |

**3** In den folgenden Figuren stecken jeweils drei rechtwinklige Dreiecke. Stelle jeweils für alle drei den Satz des Pythagoras auf.

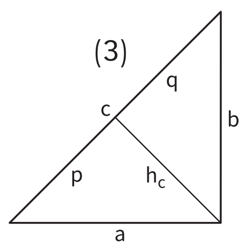
(1)




(2)




(3)



# Klassenarbeit Nr. 14

45 min

können

**1** a) Skizziere ein Dreieck ABC mit $\alpha = 90°$. Trage außerdem die beiden Hypotenusenabschnitte ein. Von dem Dreieck ABC mit $\alpha = 90°$ sind nur Teile bekannt. Berechne die fehlenden Teile ($a$, $b$, $c$, $h_a$, $p$ und $q$).

b) $a = 8{,}3\,\text{cm}$; $b = 6{,}8\,\text{cm}$

c) $b = 6{,}5\,\text{cm}$; $p = 4{,}2\,\text{cm}$

d) $h = 13\,\text{cm}$, $q = 9{,}5\,\text{cm}$

/12

**2** Prüfe, ob die folgenden Dreiecke rechtwinklig sind.

a) $a = 3{,}7\,\text{cm}$; $b = 4{,}9\,\text{cm}$; $c = 12\,\text{cm}$

b) $a = 10{,}5\,\text{cm}$; $b = 3{,}3\,\text{cm}$, $c = 10\,\text{cm}$

/4

**3** a) Konstruiere ein Dreieck mit $p = 3\,\text{cm}$, $q = 5\,\text{cm}$ und $h_c = 3{,}9\,\text{cm}$.

b) Miss die Seitenlängen a und b.

c) Berechne a und b.

/5

können

4 Von einer Raute sind nur die Längen der beiden Diagonalen bekannt: $e = 2\,dm$, $f = 3{,}6\,dm$. Hinweis: Die Diagonalen einer Raute stehen senkrecht zueinander und halbieren einander.

a) Fertige eine Skizze an.

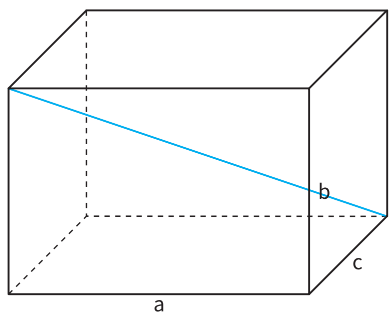
b) Berechne den Umfang der Raute.

c) Berechne den Flächeninhalt der Raute.

/6

5 a) Von einem Quader mit den Kantenlängen $a = 8$ cm, $b = 14\,cm$ und $c = 11\,cm$ sollen die drei Flächendiagonalen $d_a$, $d_b$ und $d_c$ bestimmt werden.

b) Bestimme außerdem die Länge der Raumdiagonalen $d_r$.




/5

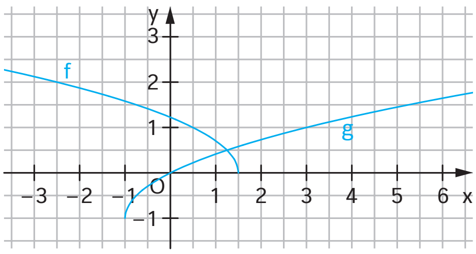
erreichte Punktzahl

/ 32

## Klassenarbeit Nr. 11 — Seite 84 – 85

**1** a) (1) $y = \sqrt{1{,}5 - x}$; $D = \{x \mid x \le 1{,}5\}$ (4 P.)
(2) $y = \sqrt{x + 1} - 1$; $D = \{x \mid x \ge -1\}$ (4 P.)

b)



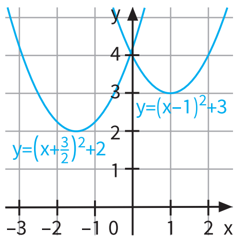

(je 3 P.)

**2** a) Der Graph beginnt im 2. Quadranten, verläuft dann durch den 1., hat seinen Scheitel im 4. Quadranten bei $S(2{,}5 \mid -5)$ und ist gestreckt. Der Graph ist um 2,5 nach rechts und 5 nach unten verschoben. (4 P.)

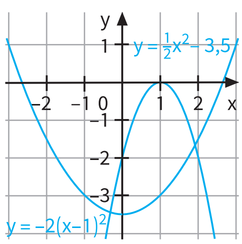
b) Der Graph beginnt im 3. Quadranten, verläuft knapp durch den 2., hat seinen Scheitel im 1. Quadranten bei $S(1 \mid 2)$ und ist gestaucht. Der Graph ist um 1 nach rechts und 2 nach oben verschoben und gespiegelt. (4 P.)

c) Der Graph verläuft nur durch den 3. und den 4. Quadranten und hat seinen Scheitel auf der y-Achse bei $S(0 \mid -3)$. Der Graph ist um 3 Einheiten nach unten verschoben, außerdem gespiegelt und gestaucht. (4 P.)

**3**




(6 P.)




(6 P.)

**4** a) $N_1(-2{,}8 \mid 0)$; $N_2(2{,}8 \mid 0)$
b) $N_1(-0{,}8 \mid 0)$; $N_2(3{,}8 \mid 0)$
c) $N_1(-2{,}2 \mid 0)$; $N_2(4{,}2 \mid 0)$ (je 3 P.)

**5** I $2a + 2b = 64$ II $a \cdot b = 124$; also $a = \frac{124}{b}$

II in I $\quad 2 \cdot \frac{124}{b} + 2b = 64 \quad | \cdot b$

$$248 + 2b^2 = 64b$$
$$b^2 - 32b + 124 = 0$$
$$b_{1,2} = 16 \pm \sqrt{16^2 - 124} = 16 \pm 11{,}5$$

$b_1 = 27{,}5\,\text{cm}$ $\quad b_2 = 4{,}5\,\text{cm}$
$a_1 = 4{,}5\,\text{cm}$ $\quad a_2 = 27{,}5\,\text{cm}$

Das Rechteck hat die Seitenlängen 27,5 cm und 4,5 cm (8 P.)

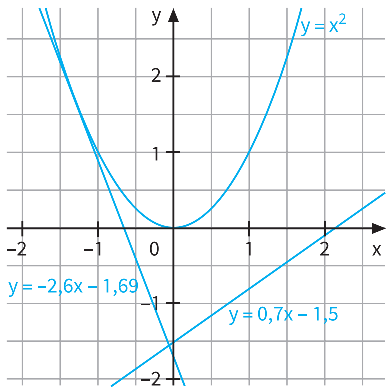
**6** a) $P_1(3{,}7 \mid -3{,}4)$ und $P_2(0{,}3 \mid 3{,}4)$ (4 P.)
b) $P_1(0 \mid -1)$ und $P_2(-2{,}4 \mid -4{,}84)$ (4 P.)

| 63 – 47 Punkte | 46 – 32 Punkte | 31 – 0 Punkte |
|---|---|---|
| Super! | In Ordnung! | Bitte noch einmal üben! |

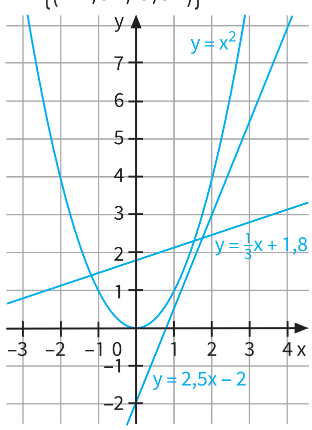
# Kapitel 10: Quadratische Gleichungen

## Test 1: Quadratische Gleichungen — Seite 88 – 89

**1** a) $L = \{(-1{,}3)\}$ b) $L = \{\ \}$




c) $L = \{(-1{,}19;\ 1{,}52)\}$
d) $L = \{(-2{,}87;\ 0{,}87)\}$



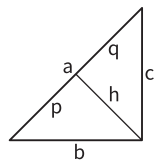
3 Diagonale der Grundseite:
$d^2 = a^2 + a^2 = 288\,cm^2$; $d = 17\,cm$
Raumdiagonale: $d_r^2 = d^2 + a^2 = 433\,cm^2$;
$d_r = 20{,}8\,cm$

4 a) $h^2 = (8\,cm)^2 - (7{,}5\,cm)^2 = 7{,}75\,cm^2$;
$h = 2{,}8\,cm$
b) $s^2 = (8\,cm)^2 + (7{,}5\,cm)^2 = 120{,}25\,cm^2$;
$s = 11\,cm$

## Test 3: Kathetensatz und Höhensatz

**Seite 104 – 105**

1




$c = \sqrt{h^2 + q^2}$; $c = \sqrt{a^2 - b^2}$; $c = a \cdot q$

2 Richtig sind: a), d), f), h), j)

3 a) $a^2 = p \cdot b$; $b = 8{,}4\,cm$
$c^2 = b^2 - a^2$; $c = 6{,}4\,cm$
$h^2 = a^2 - p^2$; $h = 4{,}2\,cm$
b) $p = b - q = 5{,}1\,cm$
$h^2 = p \cdot q$; $h = 4{,}6\,cm$
$c^2 = q \cdot b$; $c = 6{,}3\,cm$
$a^2 = b^2 - c^2$; $a = 6{,}8\,cm$
c) $b = p + q = 8{,}9\,cm$
$a^2 = b \cdot p$; $a = 3{,}7\,cm$
$c^2 = b \cdot q$; $c = 8{,}1\,cm$

4

| Rechter Winkel | α | β | β |
|---|---|---|---|
| a | 14,5 cm | 5,7 cm | 3,5 cm |
| b | 9,5 cm | 8,9 cm | 6,9 cm |
| c | 11 cm | 6,8 cm | 6 cm |
| p | 6,2 cm | 3,7 cm | 1,8 cm |
| q | 8,3 cm | 5,2 cm | 5,1 cm |
| h | 7,2 cm | 4,4 cm | 3 cm |

| Rechter Winkel | γ | γ |
|---|---|---|
| a | 27,2 cm | 12 cm |
| b | 8,3 cm | 4,2 cm |
| c | 28,4 cm | 12,7 cm |
| p | 26 cm | 11,4 cm |
| q | 2,4 cm | 1,3 cm |
| h | 7,9 cm | 3,8 cm |

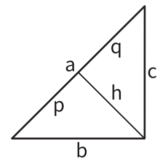
5 $h_x^2 = x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}x^2$

6 $(68\,cm)^2 = h^2 + (2\pi r)^2$
Mögliche Lösungen:
1. $h = 10\,cm$; $r = 10{,}7\,cm$;
Durchmesser (Breite): 21,4 cm
2. $h = 20\,cm$; $r = 10{,}34\,cm$;
Durchmesser (Breite): 10,68 cm

## Klassenarbeit Nr. 14

**Seite 106 – 107**

1 a)

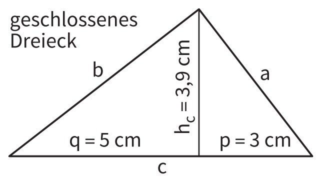



(3 P.)

b) $a = 8{,}3\,cm$; $b = 6{,}8\,cm$
$c^2 = a^2 - b^2$; $c = 4{,}8\,cm$
$b^2 = p \cdot a$; $p = b^2 : a = 5{,}6\,cm$;
$q = a - p = 2{,}7\,cm$
$h^2 = p \cdot q$; $h = 3{,}9\,cm$ (3 P.)
c) $b^2 = p \cdot a$; $a = b^2 : p = 10{,}1\,cm$ $c^2 = a^2 - b^2$;
$c = 7{,}7\,cm$; $q = a - p = 5{,}9\,cm$; $h = 5\,cm$
(3 P.)
d) $h^2 = p \cdot q$; $p = 17{,}8\,cm$
$a = p + q = 27{,}3\,cm$
$b^2 = a \cdot p$; $b = 21{,}7\,cm$; $c = 16{,}6\,cm$ (3 P.)

2 a) $3{,}7 + 4{,}9 = 8{,}5 < 12$
Die Strecken ergeben kein Dreieck, also auch kein rechtwinkliges. (2 P.)
b) $10{,}5^2 = 3{,}3^2 + 10^2$
Das Dreieck ist rechtwinklig. (2 P.)

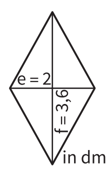
3 a)




(2 P.)

b) a ist ca. 5 cm; b ca. 6,5 cm lang. (1 P.)
c) $c = p + q = 8\,cm$
$a^2 = c \cdot p$; $a = 4{,}9\,cm$
$b^2 = c \cdot q$; $b = 6{,}3\,cm$ (2 P.)

4 a)




(1 P.)

b) $a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2$; $a = 2{,}1\,dm$;
$u = 4 \cdot a = 8{,}4\,dm$ (3 P.)
c) $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f = 3{,}6\,dm^2$ (2 P.)

5 a) $d_a^2 = a^2 + b^2$; $d_a = 16{,}1\,cm$
$d_b^2 = b^2 + c^2$; $d_b = 17{,}8\,cm$
$d_c^2 = a^2 + c^2$; $d_c = 13{,}6\,cm$ (3 P.)
b) $d_r^2 = d_c^2 + b^2 = a^2 + b^2 + c^2$; $d_r = 19{,}5\,cm$
(2 P.)

| 32 – 28 Punkte | 27 – 16 Punkte | 15 – 0 Punkte |
|---|---|---|
| Super! | In Ordnung! | Bitte noch einmal üben! |