westermann

Klaus Drotziger, Rudolf Mack, Klaus Schmid

# Metalltechnik
# Technische Mathematik

Grundbildung

Lösungen

13. Auflage

Bestellnummer 55130

## Inhaltsverzeichnis


Formelzeichen und Maßeinheiten . . . . . 3
Punkt- und Strichrechnung . . . . . 5
Klammerrechnung . . . . . 7
Bruchrechnen . . . . . 9
Dreisatzrechnung . . . . . 11
Potenzieren . . . . . 13
Wurzelziehen (Radizieren) . . . . . 14
Gleichungen I . . . . . 15
Gleichungen II . . . . . 17
Umstellen von Formeln I . . . . . 19
Umstellen von Formeln II . . . . . 21
Prüfmaße . . . . . 23
Lehrsatz von Pythagoras . . . . . 25
Winkelmaße . . . . . 27
Winkelfunktionen . . . . . 29
Längenberechnung . . . . . 31
Rand-, Mitten- und Lochabstände . . . . . 32
Bogenlänge . . . . . 33
Umfang von Flächen . . . . . 34
Gestreckte Länge . . . . . 35
Geradlinige Flächen I . . . . . 37
Geradlinige Flächen II . . . . . 39
Kreisförmige Flächen I . . . . . 41
Kreisförmige Flächen II . . . . . 43
Volumenberechnung I . . . . . 45
Volumenberechnung II . . . . . 47
Masseberechnung I . . . . . 49
Masseberechnung II . . . . . 51
Gewichtskraft . . . . . 52
Kräfte . . . . . 53
Schiefe Ebene . . . . . 55
Anwendung der schiefen Ebene auf die Schraube . . . . . 57
Keil . . . . . 59
Reibung (Haft- und Gleitreibung) . . . . . 61
Drehmoment . . . . . 63
Hebelgesetz . . . . . 65
Mechanische Arbeit . . . . . 67
Mechanische Leistung . . . . . 69
Mechanischer Wirkungsgrad . . . . . 71
Mechanische Leistung und Wirkungsgrad. . . . 72
Geschwindigkeit bei geradliniger Bewegung . . . . . 73
Umfangsgeschwindigkeit . . . . . 75
Schnittgeschwindigkeit . . . . . 77
Weg-Zeit-Diagramm . . . . . 79
Ermittlung der Drehzahl mit Diagramm . . . . . 80
Mittlere Geschwindigkeit beiKurbeltrieben . . . . 81
Druck . . . . . 83
Kolbenkraft . . . . . 85
Hydraulische Presse . . . . . 87
Ohmsches Gesetz . . . . . 89
Leiterwiderstand . . . . . 91
Reihenschaltung von Widerständen . . . . . 93
Parallelschaltung von Widerständen . . . . . 95
Elektrische Leistung . . . . . 97
Elektrische Arbeit . . . . . 99

**Praxisorientierte Fertigungsaufgaben**

Treppengeländer . . . . . 101
Wandregal . . . . . 103
Stützfuß . . . . . 105
Vordach . . . . . 107
Schließblech . . . . . 109
Schraubklemme . . . . . 111
Messgerätehalter . . . . . 113
Wahlurne . . . . . 115
Bohrschablone . . . . . 117
Kettenkasten . . . . . 119



**service@westermann.de**
**www.westermann.de**

Bildungsverlag EINS GmbH
Ettore-Bugatti-Straße 6–14, 51149 Köln

ISBN 978-3-427-**55130**-0

*westermann GRUPPE*



© Copyright 2020: Bildungsverlag EINS GmbH, Köln

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

# Formelzeichen und Maßeinheiten

| Bedeutung (Größe) | Formelzeichen | Einheit |
|---|---|---|
| **Länge, Fläche, Raum** | | |
| Länge | $l$ | $\mu$m mm cm dm **m** km |
| Weglänge | $s$ | |
| Breite | $b$ | |
| Höhe | $h$ | |
| Radius | $r$, $R$ | |
| Durchmesser | $d$, $D$ | |
| Fläche | $A$ | $mm^2$ $cm^2$ $dm^2$ $\mathbf{m^2}$ |
| Querschnitt | $S$ | $mm^2$ $cm^2$ |
| Rauminhalt, Volumen | $V$ | $mm^3$ $cm^3$ $dm^3$ $\mathbf{m^3}$ |
| **Zeit- und zeitabhängige Größen** | | |
| Zeit | $t$ | **s** min h |
| Umdrehungsfrequenz, Drehzahl | $n$ | $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{s}}$ $\frac{1}{\text{min}}$ od. $\text{min}^{-1}$ |
| Geschwindigkeit | $v$ | $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$ $\frac{\text{m}}{\text{min}}$ $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ |
| Beschleunigung | $a$ | $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}$ |
| Fallbeschleunigung | $g$ | $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}$ |
| **Mechanik** | | |
| Masse | $m$ | mg g **kg** t |
| Dichte | $\varrho$ (Rho) | $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ $\frac{\text{g}}{\text{dm}^3}$ $\frac{\mathbf{kg}}{\mathbf{m^3}}$ |
| Kraft | $F$ | **N** (Newton) kN MN |
| Gewichtskraft | $F_G$ | $1\ \text{N} = \frac{1\ \text{kgm}}{\text{s}^2}$ |
| Drehmoment, Kraftmoment | $M$ | **Nm** kNm MNm |
| Druck, mechanische Spannung | $p$ | **Pa** (Pascal) $1\ \text{Pa} = \frac{1\ \text{N}}{\text{m}^2}$ |
| | | $1\ \text{Pa} = 10^{-5}\ \text{bar}$ |
| | | **Bar** $1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa}$ $1\ \text{bar} = \frac{10\ \text{N}}{\text{cm}^2}$ |
| Zug- oder Druckspannung | $\sigma$ (Sigma) | $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ $\frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$ |
| Schub- oder Scherspannung | $\tau$ (Tau) | $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ $\frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$ |

| Name | Klasse | Datum | Arbeit |
|---|---|---|---|
| | | | |

© Westermann Gruppe

| Bedeutung (Größe) | Formelzeichen | Einheit |
|---|---|---|
| Reibungszahl | $\mu$ (Mü) | |
| Arbeit | $W$ | **J** (Joule) kJ MJ, Nm kNm, Ws Wh kWh |
| Leistung | $P$ | mW **W** kW<br>$1\ \mathrm{W} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{s}}$ |
| Wirkungsgrad | $\eta$ (Eta) | |

## Wärme

| | | |
|---|---|---|
| Kelvin-Temperatur | $T$ | **K** 0 K = –273,15 °C |
| Celsius-Temperatur | $t$; $\vartheta$ (Theta) | °C 0 °C = 273,15 K |
| Temperaturunterschied | $\Delta T$, $\Delta t$ (Delta)<br>$\Delta \vartheta$ (Delta Theta) | K °C |
| Längenausdehnungszahl | $\alpha$ (Alpha) | $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}} = \frac{1}{\mathrm{K}}$ = oder $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}\cdot{}^\circ\mathrm{C}} = \frac{1}{{}^\circ\mathrm{C}}$ |
| Raumausdehnungszahl | $\gamma$ (Gamma) | $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{K}} = \frac{1}{\mathrm{K}}$ |
| Wärmemenge | $Q$ | **J** kJ MJ |
| Spezifische Wärmekapazität | $c$ | $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}\,(^\circ\mathrm{C})}$ $\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}\,(^\circ\mathrm{C})}$ |

## Elektrizität

| | | |
|---|---|---|
| Spannung | $U$ | mV **V** kV mV |
| Stromstärke | $I$ | mA **A** kA |
| Widerstand (Wirkwiderstand) | $R$ | m$\Omega$ $\Omega$ k$\Omega$ M$\Omega$ |
| Leistung (Wirkleistung) | $P$ | mW **W** kW |
| Arbeit | $W$ | Ws Wh **kWh** |
| Elektrizitätsmenge<br>Ladung | $Q$ | C (Coulomb), As<br>1 C = 1 As 3600 As = 1 Ah |

## Vorsätze für dezimale Teile und Vielfache von Einheiten

| Vorsatz | Vorsatzzeichen | Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird | |
|---|---|---|---|
| Mikro | $\mu$ | $10^{-6}$ | 0,000001 |
| Milli | m | $10^{-3}$ | 0,001 |
| Zenti | c | $10^{-2}$ | 0,01 |
| Dezi | d | $10^{-1}$ | 0,1 |
| Deka | da | $10^{1}$ | 10 |
| Hekto | h | $10^{2}$ | 100 |
| Kilo | k | $10^{3}$ | 1000 |
| Mega | M | $10^{6}$ | 1000000 |

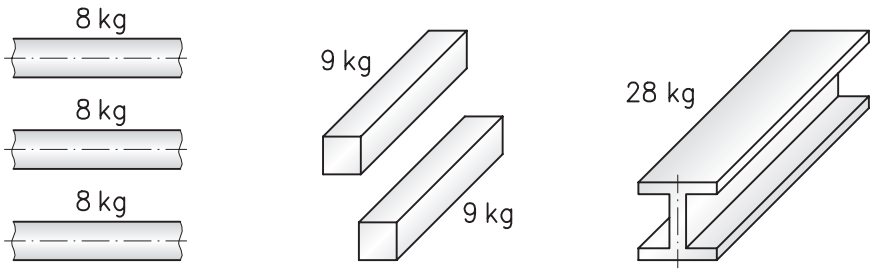
© Westermann Gruppe

# Punkt- und Strichrechnung

Die Addition und die Subtraktion bezeichnet man als Strichrechnung, die Multiplikation und die Division als Punktrechnung.

**Punktrechnung kommt vor Strichrechnung.**
**Rechnen Sie stets zuerst die höhere Rechnungsart!**

**1. Aufgabe:** Welche Masse in kg haben die Stahlteile? Ansatz als Punkt- und Strichrechnung!




*Lösung:* $3 \cdot 8\ kg + 2 \cdot 9\ kg + 28\ kg =$

$24\ kg + 18\ kg + 28\ kg =$

$70\ kg$

**2. Aufgabe:**

a) $8 + 6 \cdot 4 = 8 + 24 = 32$

b) $28 + 3 \cdot 4 + 5 = 28 + 12 + 5 = 45$

c) $32 \cdot 2 + 8 - 12 = 64 + 8 - 12 = 60$

d) $17 + 3 \cdot 6 - 24 + 2 \cdot 8 = 17 + 18 - 24 + 16 = 27$

e) $120 - 4 \cdot 12 : 6 + 16 + 2{,}5 \cdot 8 = 120 - 8 + 16 + 20 = 148$

f) $48 + 16 : 2 - 16 + 4 \cdot 3{,}5 + 46 - 120 : 4 = 48 + 8 - 16 + 14 + 46 - 30$

$= 70$

g) $8{,}4 : 2 + 15{,}8 + 84 - 36 : 9 - 4\,{}^{2}/_{5} \cdot 4 = 4{,}2 + 15{,}8 + 84 - 4 - 17{,}6$

$= 82{,}4$

h) $\frac{17 + 7 \cdot 9}{52 - 4 \cdot 8} = \frac{17 + 63}{52 - 32} = \frac{80}{20} = 4$

i) $\frac{-210}{6} = -35$ $\quad \frac{-112}{14} + \frac{32}{-8} = -12$ $\quad \frac{120}{24} - \frac{-96}{32} = 8$

| Name | Klasse | Datum | Arbeit |
|---|---|---|---|
| | | | |

© Westermann Gruppe

## Ansätze als Punkt- und Strichrechnung

**3. Aufgabe:** Ein Auszubildender schneidet mit der Hebelschere Werkstücke aus Bandstahl mit folgenden Längen zu:
8 Stück je 240 mm, 12 Stück je 420 mm, 25 Stück je 165 mm, 1 Stück 915 mm.
Wie viel m Bandstahl werden gebraucht?

*Lösung:* $8 \cdot 240\ mm + 12 \cdot 420\ mm + 25 \cdot 165\ mm + 915\ mm =$

$1\,920\ mm + 5\,040\ mm + 4\,125\ mm + 915\ mm = 12\ m$

**4. Aufgabe:** Für einen Reparaturauftrag werden Bleche verschiedener Größe benötigt: 2 Teile von je 18 $dm^2$, 3 Teile von je 24 $dm^2$, 4 Teile von je 142 $dm^2$, 1 Teil mit 76 $dm^2$.
Wie groß ist der Blechbedarf in $m^2$ bei 15 % Zuschlag für Verschnitt?

*Lösung:* $2 \cdot 18\ dm^2 + 3 \cdot 24\ dm^2 + 4 \cdot 142\ dm^2 + 76\ dm^2 =$

$36\ dm^2 + 72\ dm^2 + 568\ dm^2 + 76\ dm^2 = 752\ dm^2$

$752\ dm^2 + 15\ \%$

$752\ dm^2 + 112{,}8\ dm^2 + 864{,}8\ dm^2 = 8{,}648\ m^2$

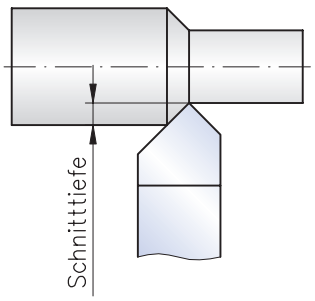
**5. Aufgabe:** Ein Rundstahl von 60 mm Durchmesser wird auf der Drehmaschine auf einer Länge von 180 mm überdreht.
3 Schnitte je 4,5 mm Schnitttiefe, 2 Schnitte je 3 mm Schnitttiefe, 1 Schnitt 0,2 mm Schnitttiefe.
Welchen Durchmesser hat die Welle noch?

*Lösung:*

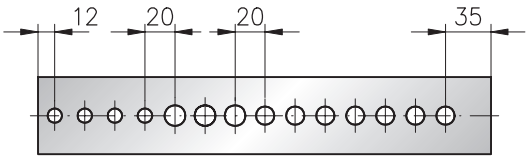
$3 \cdot 4{,}5\ mm \cdot 2 + 2 \cdot 3\ mm \cdot 2 + 0{,}2\ mm \cdot 2 =$

$27\ mm + 12\ mm + 0{,}4\ mm = 39{,}4\ mm$

$60\ mm - 39{,}4\ mm = 20{,}6\ mm$




**6. Aufgabe:** Der Flachstahl ist mit Bohrungen zu versehen, die folgende Abstände haben sollen:
4 Bohrungen je 15 mm,
3 Bohrungen je 24 mm,
7 Bohrungen je 18 mm.
Auf welche Länge ist der Flachstahl abzuschneiden?




*Lösung:*

$12\ mm + 3 \cdot 15\ m + 20\ mm + 2 \cdot 24\ mm + 20\ mm + 6 \cdot 18\ mm + 35\ mm = 288\ mm$

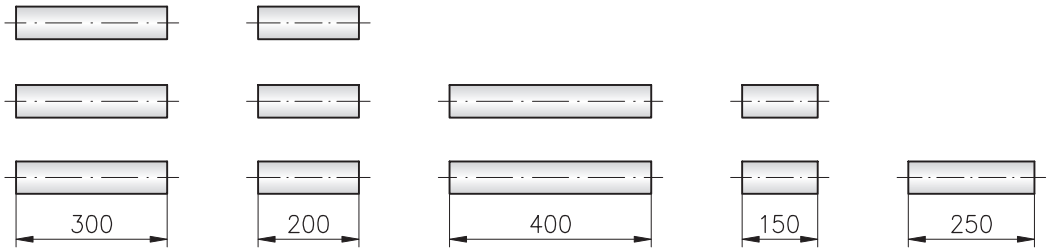
© Westermann Gruppe

# Klammerrechnung

Die Klammer in einer Rechenaufgabe kennzeichnet zusammengehörige Werte. Innerhalb und außerhalb der Klammer gilt immer die Grundregel „Punktrechnung vor Strichrechnung“!

**Wert in der Klammer zuerst ausrechnen!**

**1. Aufgabe:** Zum Zusammenbau einer Maschine braucht man Wellen von verschiedener Länge.




Wie viel m Rundstahl werden benötigt? Längen gleicher Stückzahl in Klammern setzen.

*Lösung:*

$3 \cdot (300\ mm + 200\ mm) + 2 \cdot (400\ mm + 150\ mm) + 250\ mm =$

$3 \cdot 500\ mm + 2 \cdot 550\ mm + 250\ mm =$

$1\,500\ mm + 1\,100\ mm + 250\ mm = 2\,850\ mm = 2{,}85\ m$

**2. Aufgabe:**

a) $4 \cdot 15 + 3 = 60 + 3 = 63$

b) $4 \cdot (15 + 3) = 4 \cdot 18 = 72$

c) $(26 - 18) \cdot (8 + 4) + 24 = 8 \cdot 12 + 24 = 96 + 24 = 120$

d) $2 \cdot (24 + 4) : 7 = 2 \cdot 28 : 7 = 8$

e) $(36 : 12 + 4) \cdot 9 = 7 \cdot 9 = 63$

f) $(72 - 8 \cdot 3) \cdot (24 : 6 - 2) + 3 \cdot 7 = (72 - 24) \cdot (4 - 2) + 21 = 117$

g) $34 + 3 \cdot 6 - 2 \cdot (7 + 2 \cdot 4) + (47 - 14 + 72 : 8) \cdot 1{,}5$

$34 + 18 - 2 \cdot 15 + (33 + 9) \cdot 1{,}5 = 52 - 30 + 42 \cdot 1{,}5 = 85$

h) $\dfrac{127 - (50 + 4 \cdot 8)}{(3 \cdot 12 - 9 : 1{,}5) : 2} = \dfrac{127 - 82}{(36 - 6) : 2} = \dfrac{45}{15} = 3$

i) $(3a + 4b) \cdot 5 = 15a + 20b$ $\qquad -c\,(x - 1) = -cx + c$

$(18x - 6y) : 6 = 3x - y$ $\qquad (12a + 32ab) : 4a = 3 + 8b$

| Name | Klasse | Datum | Arbeit |
|---|---|---|---|
| | | | |

© Westermann Gruppe

**3. Aufgabe:** Auf der Kreissägemaschine werden Rundstähle gleichen Durchmessers abgeschnitten,
8 Rohlinge mit 170 mm Länge, 8 Rohlinge mit 280 mm Länge,
3 Rohlinge mit 80 mm Länge, 3 Rohlinge mit 150 mm Länge,
5 Rohlinge mit 140 mm Länge, 5 Rohlinge mit 70 mm Länge, 5 je 200 mm,
2 Rohlinge mit 420 mm Länge,
1 Rohling mit 250 mm Länge.
Rechnen Sie die abgeschnittene Rundstahlmenge in m aus. (Gemeinsame Faktoren ausklammern)

*Lösung:*

$8 \cdot (170 + 280) + 3 \cdot (80 + 150) + 5 \cdot (140 + 70 + 200) + 2 \cdot 420 + 250\ mm =$

$8 \cdot 450 + 3 \cdot 230 + 5 \cdot 410 + 840 + 250\ mm =$

$3\,600 + 690 + 2\,060 + 840 + 250\ mm =$

$7{,}43\ m$

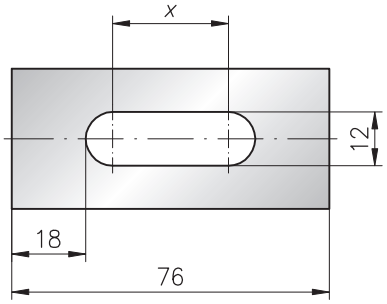
**4. Aufgabe:** Von einem Rohr von 4,5 m Länge werden 2 Stücke mit 380 mm, 2 Stücke mit 460 mm und 1 Stück mit 850 mm Länge abgesägt. Der Schnitt ist 1,2 mm breit.
Wie viel m Rohr bleiben übrig?

*Lösung:* $2 \cdot (380\ mm + 460\ mm) + 860\ mm + 5 \cdot 1{,}2\ mm =$

$1\,680\ mm + 860\ mm + 6\ mm = 2\,536\ mm$

$4{,}5\ m - 2{,}536\ m = 1{,}964\ m$

**5. Aufgabe:** Wie groß ist das Maß x?




*Lösung:*

$x = 76 - (18 \cdot 2 + 6 \cdot 2)\ mm$

$x = 76\ mm - 48\ mm$

$x = 28\ mm$

© Westermann Gruppe

# Bruchrechnen

**Erweitern** heißt:

**Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl vervielfachen.**

**Kürzen** heißt:

**Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl teilen.**

Beim Erweitern und Kürzen bleibt der Wert eines Bruches gleich.

**1. Aufgabe:** Erweitern Sie mit 5.

a) $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

b) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$

c) $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$

d) $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4} = \frac{35}{20}$

**2. Aufgabe:** Kürzen Sie.

a) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

c) $\frac{4 \cdot 45}{15} = 12$

d) $\frac{5 \cdot 12 \cdot 224}{8 \cdot 3 \cdot 35 \cdot 2} = 8$

## Umrechnen von Brüchen

**3. Aufgabe:**
Rechnen Sie Bruch in Dezimalzahl um.

a) $\frac{2}{5} = 0{,}4$

b) $\frac{7}{8} = 0{,}875$

c) $\frac{22}{7} = 3{,}14$

d) $2\frac{1}{3} = 2{,}33$

**4. Aufgabe:**
Rechnen Sie Dezimalzahl in Bruch um.

a) $0{,}2 = \frac{1}{5}$

b) $0{,}125 = \frac{1}{8}$

c) $1{,}4 = \frac{7}{5}$

d) $2{,}375 = 2\frac{3}{8}$

## Zusammenzählen und Abziehen von Brüchen

**Brüche mit verschiedenen Nennern werden vor dem Zusammenzählen und Abziehen auf einen Hauptnenner gebracht.**

**5. Aufgabe:**

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$

b) $1\frac{2}{3} + 3\frac{4}{7} - 2\frac{5}{6} = 2\frac{28+24-35}{42} = 2\frac{17}{42}$

c) $\frac{6}{5} + \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{48+15-10}{40} = \frac{53}{40} = 1\frac{13}{40}$

d) $8\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2} - 5{,}2 = \frac{265+105-156}{30} = \frac{214}{30} = 7\frac{2}{15}$

| Name | Klasse | Datum | Arbeit |
|---|---|---|---|
| | | | |

© Westermann Gruppe

## Bildquellenverzeichnis

|Di Gaspare, Michele (Bild und Technik Agentur für technische Grafik und Visualisierung), Bergheim: Titel, 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15, 16, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 71, 72, 73, 74, 75, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 85, 86, 87, 89, 91, 93, 94, 95, 97, 99, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 111, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120.
|Schmid, Klaus, Muhr am See: 101, 103, 104, 107, 109, 111, 113, 115, 117, 118, 119.

Wir arbeiten sehr sorgfältig daran, für alle verwendeten Abbildungen die Rechteinhaberinnen und Rechteinhaber zu ermitteln. Sollte uns dies im Einzelfall nicht vollständig gelungen sein, werden berechtigte Ansprüche selbstverständlich im Rahmen der üblichen Vereinbarungen abgegolten.

© Westermann Gruppe